



Sorocaba, 11 e 12 de junho de 2015

**XVII ONPCE**

Oficina Nacional de Problemas de Corte e Empacotamento,  
Planejamento e Programação da Produção e Correlatos

# Programação e Livro de Resumos

A décima sétima **Oficina Nacional de Problemas de Corte, Empacotamento, Dimensionamento de Lotes, Programação da Produção e correlatos** será realizada nos dias 11 e 12 de junho de 2015, na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) - Campus de Sorocaba.

As oficinas são eventos anuais que fazem parte do cronograma de projetos temáticos FAPESP. Reúnem pesquisadores, professores e alunos de diferentes níveis com interesse na área de problemas de corte e empacotamento, dimensionamento de lotes e programação da produção, entre outros problemas correlatos. Por se tratarem de eventos relacionados a projetos FAPESP, as oficinas têm sido sediadas em diversas universidades do estado de São Paulo, como USP, UNESP, UNIFESP, entre outras. No projeto temático atual, intitulado "**Problemas de corte, empacotamento, dimensionamento de lotes e programação da produção, e suas integrações em contextos industriais e logísticos**", estão envolvidas mais de noventa pessoas entre professores e alunos, em mais de dez instituições, entre elas IEAv, INPE, ITA, UEL, UFABC, UFSCar, UFTM, UNESP, UNICAMP, UNIFESP, USP.

Os objetivos principais do evento são: divulgar técnicas, ferramentas, métodos de solução, abordagens científicas e aplicações realizadas ou em desenvolvimento no projeto temático; identificar novos problemas e métodos de solução; promover e estimular a comunicação e integração entre indivíduos e grupos de pesquisa que trabalhem na área do projeto temático.

As oficinas tem sido realizadas regularmente desde 1996. As cinco últimas edições foram:

- 2014: UFSCar, São Carlos
- 2013: UNESP, São José do Rio Preto
- 2012: UNESP, Bauru
- 2011: Unifesp, São José dos Campos
- 2009: ICMC/USP, São Carlos

## Temas

- Problemas de corte de estoque;
- Problemas de empacotamento de paletes, contêineres e outros;
- Problemas de planejamento e programação da produção
- Problemas de roteamento de veículos;
- Problemas integrados;
- Problemas correlatos.

## Tarefas

Os trabalhos apresentados na **XVII ONPCE** devem abordar as tarefas propostas no Projeto Temático FAPESP 10/10133-0:

### **A. Problemas de corte e empacotamento**

- A.1 Problemas de corte reaproveitamento de sobras
- A.2 Problemas de corte com placas defeituosas
- A.3 Problemas de corte com padrões tabuleiro e n-grupo
- A.4 Problemas de corte com múltiplos objetivos e vários objetos em estoque
- A.5 Problemas de carregamento de caixas em paletes e contêineres
- A.6 Problemas de empacotamento em objetos não retangulares
- A.7 Problemas da mochila compartimentada

## **B. Problemas de dimensionamento de lotes e programação da produção**

- B.1 Problemas de dimensionamento de lotes
- B.2 Problemas de dimensionamento de lotes e programação da produção em indústrias de papel e móveis
- B.3 Problemas de dimensionamento de lotes e programação da produção em indústrias de bebidas e nutrição animal
- B.4 Problemas de planejamento/programação da produção em indústrias de alimentos, como suco de laranja, açúcar e álcool, molho de tomate etc.
- B.5 Problemas de planejamento/programação da produção em indústrias de grãos eletrofundidos
- B.6 Problemas de programação da produção
- B.7 Problemas de programação e roteirização de veículos

## **C. Problemas integrados**

- C.1 Problemas de dimensionamento de lotes e corte de materiais
- C.2 Problemas de dimensionamento de lotes e carregamento de veículos
- C.3 Problemas de roteamento e carregamento de veículos
- C.4 Problemas de corte de materiais e sequenciamento dos padrões de corte

## **Comissão organizadora**

- Aldair Álvarez Díaz
- Alfredo Daniel Moreno Arteaga
- Alyne Toscano
- Amélia Stanzani

- Camille Ayume de Melo Kammura
- Deisemara Ferreira
- Douglas Alem
- Eli Toso
- Elisângela Martins de Sá
- Gabriela Scaff
- Jonathan De La Vega Martinez
- Karim Pérez
- Luiza Amalia Pinto Cantão
- Marcelo Aparecido de Paula Rosa
- Maria Gabriela Furtado
- Matheus Pertile
- Paula Velasco
- Pedro Luis Miranda Lugo
- Pedro Munari
- Reinaldo Morabito
- Tamara Angélica Baldo

**UFSCar Sorocaba:** <http://www.sorocaba.ufscar.br/ufscar/>

**XVII ONPCE:** <http://www.oficina2015.dep.ufscar.br/webfacil/index.php?pg=7>

# Programação

<b>Dia 11 de Junho, quinta-feira</b>	
09:00 – 09:30	<b>Entrega de material e <i>coffee break</i>.</b>
09:30 – 09:50	<b>Abertura da XVII ONPCE.</b>
09:50 – 10:50	<b>Palestra da Profa. Ana Póvoa:</b> “Como a otimização pode ajudar o processo de decisão nas Cadeias de Suprimento”.
10:50 – 10:55	<b>Sessão 1 - Apresentações orais: abertura coordenadora Kelly Cristina Poldi.</b>
10:55 – 11:15	Aspectos de estabilidade e balanceamento de carga em problemas de empacotamento. Leonardo Junqueira, Thiago Alves de Queiroz.
11:15 – 11:35	Métodos de soma ponderada e e-restrito no problema do corte unidimensional inteiro multiobjetivo. Angelo Aliano Filho, Antônio Carlos Moretti.
11:35 – 11:55	Condições de otimalidade para um problema de corte multiobjective. Luiz Leduino de Salles Neto, Manuel Arana-Jimenez.
11:55 – 12:15	Modelo matemático para o problema de corte com uso/venda de retalhos e heurística de arredondamento. Douglas Nogueira do Nascimento, Adriana Cherri, Karen Rocha Coelho, Edméa Cassia Baptista.
12:15 – 12:35	Uma extensão do método Kombi para minimização do número de padrões de corte distintos em um problema de corte de estoque. Henrique Augusto Kobersztajn, Horacio Hideki Yanasse, Kelly Cristina Poldi.
12:35 – 14:00	<b>Almoço: tenda próxima auditório UFSCar. Necessária a apresentação do crachá da oficina.</b>
14:00 – 15:00	<b>Palestra do Prof. Maurício Cardoso de Souza.</b> “Modelos determinístico e dinâmico estocástico para o sequenciamento de cirurgias.”
15:00 – 15:05	<b>Sessão 2 - Apresentações orais: abertura coordenadora Franklina M B Toledo.</b>
15:05 – 15:25	Hiper-heurística para o problema de corte de estoque de itens irregulares. Leandro Resende Mundim, Marina Andretta, José Fernando Oliveira.
15:25 – 15:45	Um modelo de otimização para geração de padrões de moldagem e planejamento da produção na indústria de polpa moldada. Karim Pérez Martínez, Reinaldo Morabito Neto, Eli Angela Vitor Toso.
15:45 – 16:05	Modelo para apoio à tomada de decisão no dimensionamento de lotes em uma fábrica de móveis. Walter Ribeiro da Rocha Junior, Adriana Cristina Cherri, Silvio Alexandre de Araujo.
16:05 – 16:25	Heurísticas Lagrangianas para o problema de dimensionamento de lotes com múltiplas plantas, itens e períodos. Desiree Maldonado Carvalho, Mariá C. Vasconcelos Nascimento.
16:25 – 17:10	<b>Sessão Pôster 1, <i>coffee break</i>, reunião subgrupos.</b>
<b>Sessão Pôster 1</b>	Uma proposta de resolução do problema de movimentação de máquinas em pátios de carvão. Anibal T. de Azevedo, Luiz Leduino de Salles Neto, Antônio A. Chaves, Antônio Carlos Moretti.
	Otimização de rotas de distribuição de produtos de uma empresa em áreas urbanas: delineamento do problema. José Ferreira de Souza Neto, Vitória Pureza.
	Uma introdução ao problema de corte de estoque com data de entrega. Elisama de Araújo S. Oliveira, Kelly Cristina Poldi.
	O Problema de Alocação de Bobinas em Uma Indústria de Embalagens de Papelão. Marcelo Ferreira, Silvio Alexandre de Araujo, Victor C.B. Camargo.

	<p>Otimização do nível de serviço num problema de dimensionamento de lotes. Rodrigo Golfeto, Lidia Angulo Meza, Luiz Leduíno de Salles Neto.</p> <p>Priorização de inbound em centro de distribuição: estudo de caso em uma empresa de bens de consumo não-duráveis. Karine Lopes, Eli Toso.</p> <p>Alocação de pontos de coleta seletiva com avaliação de decisões logísticas. Lucas D. Del Rosso Calache, Victor C.B. Camargo.</p>
17:10 – 17:15	<b>Sessão 3 - Apresentações orais: abertura coordenadora Mariá C. Vasconcelos Nascimento.</b>
17:15 – 17:35	<p>Um modelo integrado para o dimensionamento de lotes com aquisição de matérias-primas. Artur Lovato Cunha, Maristela Oliveira Santos, Reinaldo Morabito Neto.</p>
17:35 – 17:55	<p>Modelo matemático e heurística para instalação de novo forno no planejamento da produção na indústria de recipientes de vidro. Flaviana Moreira de Souza Amorim, Márcio da Silva Arantes, Claudio Fabiano Motta Toledo, Bernardo Almada-Lobo.</p>
17:55 – 18:15	<p>Resolução do problema da programação da produção de bebidas de frutas: uma heurística baseada em modelo. Alyne Toscano, Deisemara Ferreira, Reinaldo Morabito Neto.</p>
18:15 – 18:35	<p>Um estudo computacional do problema de maximização do número de tarefas just-in-time em no-wait flow shop. Hélio Yochihiro Fuchigami, Socorro Rangel.</p>
18:35 – 20:00	<b>Reunião com pesquisadores do projeto temático FAPESP (auditório UFSCar).</b>
20:00	<b>Jantar - LIVRE.</b>

<b>Dia 12 de Junho, sexta-feira</b>	
08:30 – 09:30	<b>Palestra Profa. Socorro Rangel:</b> “Corte e empacotamento: planejamento da produção na indústria de móveis.”
09:30 – 09:35	<b>Sessão 4 - Apresentações orais: abertura coordenador Victor C.B. Camargo.</b>
09:35 – 09:55	Algoritmo genético multiobjetivo com chaves aleatórias viesadas para o problema de escalonamento de técnicos de campo. Autores: Ricardo de Brito Damm, Débora Pretti Ronconi.
09:55 – 10:15	Modelagem e resolução do problema de movimentação de contêineres em pátios portuários. Autores: Catarina Junqueira, Aníbal Tavares de Azevedo.
10:15 – 10:35	Integrando os problemas de alocação de berços, atribuição e agendamento de guindastes por via de regras, algoritmo genético e simulação. Autores: José Leonardo Takahashi, Aníbal Tavares de Azevedo.
10:35 – 11:15	<b>Sessão Pôster 2, coffee break, reunião subgrupos.</b>
<b>Sessão Pôster 2</b>	Estudo de viabilidade da coleta de lixo reciclável por meio de PEV, em um bairro de Uberaba. Autores: Gabriela Ribeiro Bosquetti, Flávio Molina da Silva.
	O problema de roteamento de veículos e o consumo de combustível - estudo de caso. Autores: Gregory Tonin Santos, Luiza Amalia Pinto Cantão.
	Geração da grade horária do curso de engenharia de produção da UFTM através de programação matemática. Autores: Mateus M. de Araujo Rollo, Victor C.B. Camargo, Flávio Molina da Silva.
	Programação de aeronaves em situação de desastre no Brasil. Autores: Matheus C. Burghi Pertile, Gabriela S. Geraldes, Bárbara Flauzino, Douglas Alem.
	Uma ferramenta de apoio à decisão ao problema da mistura na indústria têxtil. Autores: Aline Takahashi Del Bianco, Victor C.B. Camargo.
	Um estudo comparativo entre métodos exatos e heurísticos via Cplex em um problema de programação da produção. Autores: Giovanna Verrone, Deisemara Ferreira.
	Distribuição-localização em situações de desastres com múltiplos objetivos. Autores: Paula Bispo Velasco, Douglas Alem.
	O problema de planejamento da produção com demanda estocástica para uma indústria de bebidas Marcelo Aparecido de Paula Rosa, Deisemara Ferreira, Douglas Alem, Reinaldo Morabito Neto.
	11:15 – 11:20
11:20 – 11:40	Abordagens metaheurísticas para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores. Autores: Aldair Álvarez Díaz, Pedro Munari.
11:40 – 12:00	Abordagens heurísticas para um problema de roteirização de navios com controle de estoque. Autores: Amélia Stanzani, Vitória Pureza, Reinaldo Morabito Neto.
12:00 – 12:20	Roteamento de veículos com restrições de recarga: um estudo de caso em uma empresa de laticínios. Rayra Brandão da Lima, Vitória Pureza.
12:20 – 12:40	Problema de roteamento de veículos com janelas de tempo, frota mista e custos escalonados. João Luiz Veiga Manguino, Débora Pretti Ronconi.
12:40 – 14:00	<b>Almoço: tenda próxima auditório UFSCar. Necessária apresentação do crachá da oficina.</b>
14:00 – 14:05	<b>Sessão 6 - Apresentações orais: abertura coordenador Douglas Alem.</b>

14:05 – 14:25	Localização de centros de auxílio e distribuição de suprimentos em operações de respostas a desastres. Alfredo Moreno, Douglas Alem, Deisemara Ferreira.
14:25 – 14:45	Planejamento de rotas de navegação para Vants através dos métodos RRT e transformada de distância. Maria J. Pinto, Felipe L. L. de Medeiros, Mônica M. de Marchi, Lucas M. Silva, Leonardo S. Cordeiro.
14:45 – 15:05	Recálculo rápido do valor da função objetivo do problema de programação quadrática. Autores: Cláudio Nogueira de Meneses, Eduardo B. Gomes Moreira.
15:05 – 16:30	<b>Mesa-redonda.</b>
16:30	<b>Encerramento da XVII ONPCE; <i>coffee break</i>.</b>

Palestras

# **Palestra 1: Como a otimização pode ajudar no processo de decisão nas cadeias de suprimento.**

**Profa. Ana Barbosa-Póvoa**

Departamento de Engenharia e Gestão

Centro de Estudos e Gestão - Instituto Superior Técnico

**Resumo:** Cadeias de Suprimento são sistemas complexos que envolvem problemas desafiantes cujas respostas têm de ser construídas de forma adequada a fim de garantir a melhoria da eficácia e capacidade de resposta destes sistemas. A otimização é um possível caminho a explorar para atingir este objetivo. Os modelos de otimização podem constituir a base de ferramentas abrangentes que apoiam a tomada de decisão nas cadeias de suprimento ajudando a resolução de problemas que vão desde o nível estratégico (projeto) até ao nível operacional (escalonamento). A comunidade científica tem vindo a explorar esta via, mas há ainda muito a fazer, especialmente no que toca à resolução de problemas emergentes que descrevem a preocupação das cadeias de suprimento nos dias de hoje, modelação do risco, resiliência e sustentabilidade. Nesta apresentação começa-se por caracterizar os diferentes tipos de decisões a tomar nas cadeias de suprimentos, identificam-se os problemas emergentes e apresentam-se alguns trabalhos que tem sido desenvolvidos no Grupo de Operações e Logística do Centro de Estudos de Gestão do Instituto Superior Técnico (IST), em Lisboa, para resolver estes problemas explorando a otimização. Concluiu-se a apresentação com uma discussão sobre as tendências e os desafios futuros na área.

## **Palestra 2: Modelos determinístico e dinâmico estocástico para o sequenciamento de cirurgias.**

**Prof. Maurício Cardoso de Souza**

Departamento de Engenharia de Produção

Escola de Engenharia – Universidade Federal de Minas Gerais

**Resumo:** O sequenciamento de cirurgias é um problema de gerenciamento difícil enfrentado no setor hospitalar, e que está sujeito a diferentes restrições dependendo do hospital analisado. Na primeira parte da apresentação, propomos modelos determinísticos e heurísticas de relax-and-fix para tratar o sequenciamento de cirurgias eletivas (que podem ser agendadas) num hospital de grande porte em que recursos humanos especializados podem ser empregados simultaneamente. Na segunda parte, abordamos o caso de um hospital de pequeno porte onde cirurgias eletivas e urgência concorrem pelos mesmos recursos. Nesse segundo caso, consideramos incertezas nas chegadas de cirurgias de urgência e nos tempos de duração das cirurgias, sejam essas de urgência ou eletivas, e propomos um modelo estocástico de programação dinâmica aproximada para tratar a natureza dinâmica do problema. (Trabalho em parceria com Thiago Augusto de Oliveira Silva – UFOP)

### **Palestra 3: Corte e empacotamento: Planejamento da produção na indústria de móveis.**

**Profa. Socorro Rangel**

Departamento de Matemática Aplicada

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista, Câmpus  
São José do Rio Preto

**Resumo:** Modelos matemáticos e métodos de solução para problemas de otimização fornecem ferramentas importantes para o auxílio à tomada de decisões em diversos contextos industriais. Nesta palestra apresentaremos alguns problemas de otimização combinatória que surgem no contexto do planejamento da produção de móveis, com foco no problema de corte de estoque bidimensional. Faremos uma discussão sobre a indústria moveleira no Brasil e apresentaremos resultados da pesquisa que temos desenvolvido nos últimos anos tomando como referência uma fábrica de móveis, característica do setor, situada no Polo Moveleiro de Votuporanga-SP.

# Apresentações Orais

**Sessão 1 - Apresentações orais: abertura coordenadora Kelly Cristina Poldi.**

Aspectos de estabilidade e balanceamento de carga em problemas de empacotamento.

Leonardo Junqueira, Thiago Alves de Queiroz.

Métodos de soma ponderada e e-restrito no problema do corte unidimensional inteiro multiobjetivo.

Angelo Aliano Filho, Antônio Carlos Moretti.

Condições de otimalidade para um problema de corte multiobjectivo.

Luiz Leduino de Salles Neto, Manuel Arana-Jimenez.

Modelo matemático para o problema de corte com uso/venda de retalhos e heurística de arredondamento.

Douglas Nogueira do Nascimento, Adriana Cherri, Karen Rocha Coelho, Edméa Cassia Baptista.

Uma extensão do método Kombi para minimização do número de padrões de corte distintos em um problema de corte de estoque.

Henrique Augusto Kobersztajn, Horacio Hideki Yanasse, Kelly Cristina Poldi.

# ASPECTOS DE ESTABILIDADE E BALANCEAMENTO DE CARGA EM PROBLEMAS DE EMPACOTAMENTO

**Leonardo Junqueira**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Nove de Julho  
Av. Francisco Matarazzo, 612, 05001-100, Água Branca, São Paulo - SP - Brasil  
leonardo.junqueira@ununove.br

**Thiago Alves de Queiroz**

Unidade de Matemática e Tecnologia - Universidade Federal de Goiás / Regional Catalão  
Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, 75704-020, Setor Universitário, Catalão - GO - Brasil  
taq@ufg.br

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma revisão de trabalhos da literatura envolvendo as restrições de estabilidade e balanceamento de carga no contexto de problemas de empacotamento. Em particular, são considerados os problemas de empacotamento de objetos retangulares e ortogonais, que incluem problemas de carregamento de caixas sobre paletes ou dentro de contêineres, mas também podem envolver o carregamento de contêineres em navios e aviões. Estas restrições são de suma importância na prática destes problemas, embora poucos trabalhos da literatura têm dado o rigor necessário, em especial pela dificuldade intrínseca de cada uma. Além do levantamento dos trabalhos, é apresentada uma breve discussão sobre limitações das mesmas. O trabalho aponta direções promissoras para a realização de pesquisas futuras neste tema.

**PALAVRAS CHAVE.** Problemas de Empacotamento, Restrição de Estabilidade de Carga, Restrição de Balanceamento de Carga.

### A.5 Problemas de carregamento de caixas em paletes e contêineres

#### 1. Introdução

Problemas de empacotamento buscam pela organização de um conjunto de itens em recipientes satisfazendo algum critério, como utilizar o menor número de recipientes, ou arranjar um subconjunto destes itens em apenas um recipiente, ou ainda utilizar a menor parte de um recipiente. Além disso, um problema de empacotamento (arranjar itens em recipientes) pode ser visto como um problema de corte (cortar recipientes para obter os itens) do ponto de vista teórico, embora na prática sejam bem distintos.

As restrições de estabilidade e balanceamento de carga surgem naturalmente em problemas de empacotamento, devido à ação sempre presente de forças físicas (gravidade, peso, vento, etc.) que podem atuar nos itens e/ou recipientes. Entretanto, uma parcela significativa da literatura ainda não considera a presença delas, seja por dificuldade em modelá-las apropriadamente no contexto do problema, ou até mesmo pela não necessidade de considerá-las.

Este trabalho considera apenas problemas de empacotamento de objetos retangulares e ortogonais, isto é, em que os itens e recipientes devem possuir formas retangulares (por exemplo, paralelepípedos), e os itens devem ser arranjados com seus lados paralelos aos lados do recipiente. Esta delimitação normalmente inclui, na prática, problemas de carregamento de caixas sobre paletes ou dentro de contêineres, mas também problemas de carregamento de contêineres em navios e aviões. Neste artigo é apresentado um levantamento da literatura sobre trabalhos que consideram as restrições de estabilidade e balanceamento de carga em problemas de empacotamento bidimensional (com apenas duas dimensões relevantes) e tridimensional (com três dimensões relevantes). Também, apresenta-se uma discussão sobre as limitações de algumas

das abordagens empregadas pela literatura.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. Na Seção 2 é apresentado um levantamento da literatura em problemas de empacotamento sobre as duas restrições práticas de interesse. Na Seção 3 é apresentada uma breve discussão sobre simplificações feitas pela literatura para tratar as restrições práticas levantadas na Seção 2. Finalmente, na Seção 4 são apresentadas as conclusões do trabalho e algumas perspectivas de pesquisas futuras.

## **2. Estabilidade e Balanceamento no contexto de Empacotamento**

Bortfeldt e Wäscher (2013), em sua recente revisão da literatura sobre restrições em problemas de carregamento de contêineres, classificam a estabilidade de carga e o balanceamento de carga em classes distintas de restrições. As restrições de estabilidade de carga são classificadas como “restrições relacionadas ao carregamento” (*load-related constraints*), pois estão relacionadas ao resultado do processo de empacotamento, enquanto as restrições de balanceamento de carga são classificadas como “restrições relacionadas ao contêiner” (*container-related constraints*). Embora classificadas em classes distintas, ambas as restrições possuem muitas similaridades, pois utilizam conceitos e definições da mecânica de corpos materiais.

### **2.1 Restrições de Estabilidade de Carga**

Restrições de estabilidade de carga têm sido extensivamente consideradas pela literatura. Carregamentos instáveis podem resultar em danificação da carga ou mesmo em acidentes com pessoal envolvido durante o transporte e/ou carregamento/descarregamento da carga (Bortfeldt e Wäscher, 2013). As restrições de estabilidade são normalmente divididas em estabilidade vertical (ou estática) e estabilidade horizontal (ou dinâmica). A estabilidade vertical está relacionada à capacidade das caixas em um carregamento de resistirem à atuação da aceleração da gravidade sobre seus corpos (tipicamente em uma situação em que o objeto está parado), enquanto a estabilidade horizontal está relacionada à capacidade das caixas em um carregamento de resistirem à atuação da inércia dos seus próprios corpos (tipicamente em uma situação em que o objeto está em movimento) (Junqueira et al., 2010).

Carpenter e Dowland (1985) foram possivelmente os primeiros autores que elaboraram medidas de avaliação da estabilidade de carga. Considerando o caso do carregamento de caixas sobre paletes, os autores sugerem três critérios para avaliar a estabilidade de carga. O primeiro critério especifica que cada caixa deve ter sua base em contato com pelo menos duas outras caixas da camada de baixo (ou com a base do palete). Este critério visa impedir que colunas de caixas que possuam pouco ou nenhum “entrelaçamento” com as demais caixas sejam criadas, o que poderia tornar o carregamento instável quando o palete fosse transportado. O segundo critério especifica que cada caixa deve ter pelo menos um percentual da sua área da base suportada pela camada de baixo (ou pela base do palete). Este critério busca impedir que uma dada caixa não tenha a maior parte da sua base suportada, o que poderia fazer com que as caixas desmoronassem. O terceiro critério especifica que planos verticais (cortes guilhotinados) entre caixas não devem se estender por mais que um dado percentual máximo do comprimento ou da largura da pilha de caixas. Este critério, muito similar ao primeiro, visa impedir que grandes blocos independentes de caixas sejam criados, o que também poderia tornar o carregamento instável quando o palete fosse transportado. Notadamente, o primeiro e o terceiro critérios estão mais relacionados à estabilidade horizontal, enquanto o segundo critério está diretamente relacionado à estabilidade vertical.

Bischoff e Ratcliff (1995), para o caso do carregamento de caixas dentro contêineres, sugerem duas medidas para avaliar a estabilidade de carga. A primeira medida diz respeito ao número médio de caixas que suportam as bases de outras caixas que não estão posicionadas diretamente sobre o piso do contêiner (quanto maior este número melhor). A segunda medida diz respeito ao percentual médio de caixas que não possuem pelo menos três faces laterais apoiadas por outras caixas (quanto menor este número melhor). Notadamente, estas duas medidas estão mais relacionadas à estabilidade horizontal.

Ainda no caso do carregamento de caixas dentro de contêineres, a maior parte dos trabalhos tratou a estabilidade vertical levando em consideração o percentual mínimo da área da

base das caixas que deve ser suportada ao impor um fator de suporte. Com base neste critério, que é similar ao segundo critério sugerido por Carpenter e Dowsland (1985) para o caso do carregamento de caixas sobre paletes, é possível distinguir duas situações comumente exploradas: o suporte total (*full support*), em que o fator de suporte é de 100%, ou seja, a área da base de cada caixa deve estar totalmente suportada, e o suporte parcial, que usa um percentual menor do que 100% da área da base que deve estar suportada.

O suporte total tem sido largamente adotado pela literatura e aparece em 15 trabalhos levantados. O suporte parcial também tem sido adotado em muitos trabalhos, embora não haja um consenso na literatura sobre qual percentual mínimo da área da base das caixas deve ser suportada. Alguns autores adotaram o percentual mínimo de 85% (1 trabalho), de 80% (1 trabalho), e de 70% (2 trabalhos). Toda uma literatura que combina problemas de roteamento de veículos com problemas de carregamento de caixas dentro de contêineres adotou o percentual mínimo de 75% (9 trabalhos).

Alguns autores optaram por considerar, mais especificamente, que um percentual mínimo de 55% de cada uma das dimensões da base das caixas deve estar suportado (2 trabalhos). Outros autores optaram por considerar que o percentual mínimo de suporte da área da base de uma dada caixa deve se dar não apenas em relação às caixas imediatamente abaixo e em contato com a caixa, mas também em relação à todas as caixas que estão abaixo da caixa até o piso do contêiner (2 trabalhos). Ainda no caso do suporte parcial, alguns autores optaram, adicionalmente, por avaliar a estabilidade do carregamento com base nas duas medidas sugeridas por Bischoff e Ratcliff (1995). O interessante é que não há uma justificativa por parte dos autores em se utilizar tais valores como fator de suporte.

É interessante também notar que, tanto no caso do suporte total quanto no caso do suporte parcial, a medida de estabilidade é colocada *a priori*, isto é, tanto um modelo matemático quanto um método de solução devem contemplar as medidas que foram prescritas. Isto faz com que a restrição seja verificada no sentido “forte”. Por outro lado, alguns trabalhos da literatura (4 trabalhos) apresentam procedimentos de pós-processamento, notadamente de “compactação” do carregamento, para verificar a estabilidade do carregamento. Ou seja, a medida de estabilidade é colocada *a posteriori*, o que faz com que a restrição seja verificada no sentido “fraco”.

## 2.2 Restrições de Distribuição de Peso

Restrições de distribuição de peso, também comumente conhecidas como *restrições de balanço (ou balanceamento) de carga*, têm sido consideradas em menor escala pela literatura que restrições de estabilidade de carga. Estas restrições, genericamente, implicam que o peso da carga seja, na medida do possível, uniformemente distribuído sobre o piso do objeto (Bortfeldt e Wäscher, 2013). Cargas melhor balanceadas diminuem os riscos de deslocamento dentro do objeto, o que poderia resultar em acidentes quando o objeto é içado (por exemplo, por um guindaste) ou quando o mesmo é submetido a forças laterais (por exemplo, um caminhão em curva).

No caso do carregamento de caixas dentro de contêineres, a literatura normalmente estipula que a distância entre as coordenadas do centro de massa (ou de gravidade) e do centro geométrico não deve exceder um dado percentual das dimensões do contêiner. No entanto, não há um consenso na literatura sobre qual deve ser este percentual máximo da distância entre o centro de massa e o centro geométrico. Alguns autores mencionam que é desejável que a distância entre o centro de massa e o centro geométrico não seja maior que um dado percentual ou valor. Ou seja, a medida de distribuição de peso é colocada *a posteriori*, o que faz com que a restrição seja verificada no sentido “fraco”. Alguns autores, por exemplo, sugerem que a distância entre os dois centros seja de no máximo 1% em ambas as direções da base do contêiner (2 trabalhos).

Outros autores simplesmente reportam um percentual ou valor médio da distância entre o centro de massa e o centro geométrico, sem preocupações adicionais quanto à viabilidade prática desta distância. Distâncias menores que 5% em ambas as direções da base do contêiner, menores que 12% (para a direção longitudinal do contêiner) e menores que 10% (para a direção lateral do contêiner) são reportadas por alguns autores (3 trabalhos). Outros autores não reportam

uma estimativa de pior caso para a distância entre o centro de massa e o centro geométrico (3 trabalhos).

A maior parte dos trabalhos apresenta procedimentos de pós-processamento, normalmente envolvendo permutações, trocas e reflexões de camadas, pilhas ou blocos de caixas, para verificar a distribuição de peso. Por outro lado, alguns trabalhos, notadamente baseados em modelos de programação matemática, colocam *a priori* medidas de distribuição de peso, o que faz com que a restrição seja verificada no sentido “forte” (5 trabalhos). Alguns destes autores prescrevem um “domínio” tridimensional dentro do qual o centro de massa deve estar (4 trabalhos), embora não haja um consenso entre os mesmos sobre qual deve ser a distância máxima em cada uma das direções.

### 3. Limitações Existentes e Breve Discussão

A partir do conceito de equilíbrio mecânico de corpos materiais (Hibbeler, 2010) e do seu estudo na literatura de problemas de empacotamento, propõe-se a seguinte definição para estabilidade de carga: um empacotamento está em equilíbrio quando o sistema físico que o descreve está em equilíbrio, isto é, o sistema satisfaz a Primeira Lei do movimento de Newton. Para o caso do balanceamento de carga, tem-se: um empacotamento está com o seu peso corretamente distribuído quando o seu centro de massa permanece a uma distância permitida de um dado ponto ideal, ou dentro de uma região de segurança.

O sistema físico que representa o empacotamento deve ser constituído por um conjunto de corpos (rígidos ou deformáveis) que compartilham uma superfície de contato (item em contato com outro item, ou item em contato com o recipiente). Numa representação mais simplista, pode-se assumir cada item como uma partícula cujas forças atuam em seu centro de massa, como foi feito por Silva et al. (2003). Todavia, esta análise é limitada de acordo com o número de equações de equilíbrio disponíveis, assim como ocorre para corpos rígidos. Por outro lado, quando o número de itens de suporte é maior, deve-se adotar corpos deformáveis para lidar com sistemas indeterminados. Queiroz e Miyazawa (2014) e Ramos et al. (2014) fizeram isso para um problema de empacotamento bidimensional e tridimensional, respectivamente.

A estratégia de Ramos et al. (2014) segue a metodologia de Queiroz e Miyazawa (2014), com diferença particular no método aplicado para lidar com o grau de indeterminação do sistema. Como Ramos et al. (2014) resolvem o caso tridimensional, eles recorrem ao Método das Forças, enquanto o Método da Equação dos Três Momentos utilizado em Queiroz e Miyazawa (2014) não se mostrou de aplicação direta para lidar com o caso tridimensional. Até onde se tem conhecimento, esses são os dois trabalhos da literatura, além do trabalho de Silva et al. (2003), que efetivamente usaram os conceitos de equilíbrio de corpos rígidos, mas com hipóteses simplistas quanto ao uso de corpos deformáveis, para lidar com a estabilidade de carga.

Com relação aos trabalhos que partiram dos conceitos de equilíbrio de corpos rígidos, a proposta de Silva et al. (2003) tem uma limitação devido à representação do empacotamento por um sistema de partículas e, assim, as reações de apoio que surgem a partir da superfície de contato direto entre itens são desprezadas (Terceira Lei do movimento de Newton). Além disso, a terceira condição imposta pelos autores para checar o equilíbrio de um item não é trivial de ser verificada e eles não fornecem detalhes sobre como isto foi feito.

Ambos Queiroz e Miyazawa (2014) e Ramos et al. (2014) têm em suas propostas que todo o conjunto de forças precisa ser recalculado a medida que um novo item é empacotado a fim de checar se o empacotamento como um todo está em equilíbrio. Consequentemente, o custo computacional cresce de acordo com o número de itens e de equações de equilíbrio que precisam ser resolvidas. Outra limitação diz respeito aos métodos utilizados para resolver os casos em que o sistema é indeterminado, uma vez que tratam os elementos do sistema como discretos e, assim, a precisão depende da discretização assumida.

### 4. Conclusões

Este trabalho apresentou um levantamento da literatura em problemas de empacotamento que consideram duas restrições de suma importância na prática, nomeadamente a restrição de estabilidade de carga e a restrição de balanceamento de carga. Ambas as restrições,

embora classificadas pela literatura especializada em classes distintas, possuem forte correlação, uma vez que se baseiam em conceitos e definições provenientes da mecânica de corpos materiais. Neste estudo foram considerados apenas problemas de empacotamento de objetos retangulares e ortogonais, que normalmente incluem problemas de carregamento de caixas sobre paletes ou dentro de contêineres, mas também podem envolver o carregamento de contêineres em navios e aviões.

Ao levantamento da literatura, seguiu-se uma breve discussão versando sobre limitações encontradas na maioria dos trabalhos ao considerar as restrições de estabilidade e balanceamento nos referidos problemas. Observa-se que, no caso da restrição de estabilidade de carga, ainda é preciso um maior aprofundamento por parte da literatura, em particular na proposição de algoritmos exatos para problemas de empacotamento, baseados ou não na resolução de modelos de programação linear inteira, que possam por sua vez lidar com as equações de equilíbrio durante a construção da solução. No caso da restrição de balanceamento de carga, ainda cabe a investigação com maior rigor da influência dos percentuais de distância entre centro de massa e centro geométrico com base no modal de transporte utilizado.

Como pesquisas futuras, pretende-se aprofundar a revisão da literatura para discutir o impacto destas restrições em navios e aviões. Além disso, pretende-se propor uma classificação para os trabalhos de acordo com tipo de abordagem utilizada.

### **Agradecimentos**

Os autores gostariam de agradecer o apoio financeiro das fundações de amparo à pesquisa CNPq, FAPEG e FAPESP.

### **Referências**

- Bischoff, E. E. e Ratcliff, M. S. W.** (1995), Issues in the development of approaches to container loading. *Omega*, 23 (4), 377-390.
- Bortfeldt, A. e Wäscher, G.** (2013), Constraints in container loading – a state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*, 229 (1), 1-20.
- Carpenter, H. e Dowsland, W. B.** (1985), Practical considerations of the pallet-loading problem. *Journal of the Operational Research Society*, 36 (6), 489-497.
- Hibbeler, R. C.**, *Statics & Mechanics of Materials*. Prentice Hall, 3 edição, 2010.
- Junqueira, L., Morabito, R. e Yamashita, D. S.** (2010), Modelos de otimização para problemas de carregamento de contêineres com considerações de estabilidade e de empilhamento. *Pesquisa Operacional*, 30 (1), 73-98.
- Queiroz, T. A. e Miyazawa, F. K.** (2013), Two-dimensional strip packing problem with load balancing, load bearing and multi-drop constraints. *International Journal of Production Economics*, 145 (2), 511-530.
- Queiroz, T. A. e Miyazawa, F. K.** (2014), Order and static stability into the strip packing problem. *Annals of Operations Research*, 223 (1), 137-154.
- Ramos, A. G., Oliveira, J. F., e Lopes, M.** (2014), A physical packing sequence algorithm for the container loading problem with static mechanical equilibrium conditions. *International Transactions in Operational Research*, DOI: 10.1111/itor.12124.
- Silva, J. L. C., Soma, N. Y. e Maculan, N.** (2003), A greedy search for the three-dimensional bin packing problem: the packing static stability case. *International Transactions in Operational Research*, 10 (2), 141-153.

# MÉTODOS DE SOMA PONDERADA E $\varepsilon$ -RESTRITO NO PROBLEMA DO CORTE UNIDIMENSIONAL INTEIRO MULTIOBJETIVO

**Angelo Aliano Filho**

IMECC - UNICAMP

Rua Sérgio Buarque de Holanda, Campinas, SP, Brasil

angeloaliano@hotmail.com

**Antônio Carlos Moretti**

IMECC - UNICAMP

Rua Sérgio Buarque de Holanda, Campinas, SP, Brasil

moretti@ime.unicamp.br

## RESUMO

O presente trabalho trata o Problema do Corte Unidimensional Inteiro Multiobjetivo. Este problema possui uma enorme importância prática, no entanto é de um alto nível de complexidade. O modelo bi-objetivo considerado visa minimizar a frequência de padrões de corte para atender à demanda mínima para cada item requisitado e ao número de diferentes padrões a usar, sendo estas metas conflitantes entre si. Neste estudo, aplicaram-se as técnicas de Soma Ponderada e o método  $\varepsilon$ -Restrito para obter a fronteira de Pareto aproximada para este problema. Os resultados computacionais ilustraram um melhor comportamento da segunda técnica de escalarização, pois capta soluções eficientes suportadas e não-suportadas, dando uma maior variedade de soluções para uma tomada de decisão mais ampla e segura.

**PALAVRAS CHAVE.** Otimização Multiobjetivo. Otimização Combinatória. Problema do Corte.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** este trabalho está associado à tarefa A.1 do projeto temático.

## 1. Introdução

O Problema do Corte Unidimensional Inteiro (PCUI) é um dos problemas combinatórios mais estudados dentro do campo da otimização combinatória, devido, principalmente, a sua aplicabilidade no mundo da engenharia de produção, fazendo parte do planejamento de uma diversidade de indústrias onde os procedimentos que envolvem corte de papel, móveis, vidro, plásticos, tecido, entre outras matérias. Apesar de ser muito simples, este problema tem um elevado nível de complexidade, tendo sido classificado na literatura como  $\mathcal{NP}$ -difícil [Garey & Johnson, 1996].

Este trabalho visa resolver o Problema do Corte Unidimensional Inteiro Multiobjetivo (PCUIM), onde se visa minimizar concomitantemente a quantidade de padrões de corte a cortar para atender à mínima demanda solicitada e ao número de padrões de corte distintos, denominado de *setup* (total). Este objetivo é consideravelmente importante, pois a mudança

de um padrão de corte para outro envolve vários agravantes, como custo e tempo para mudanças/ajustes das facas nas máquinas que fazem a cortagem do material. Assim, faz-se sendo necessário estabelecer um compromisso entre estas duas metas para ajudar o decisor/gestor numa tomada de decisão.

O modelo matemático bi-objetivo resultante têm várias dificuldades, que dificultam consideravelmente sua resolução. O simples fato de se considerar o *setup* faz o modelo duplicar o número de variáveis inteiras, aumentando o grau de complexidade para resolvê-lo. Pouquíssimos trabalhos na literatura abordam tal consideração. O trabalho mais recente que considera *setup* num PCUI é dado em [Leduino, 2005], onde uma suavização da função objetivo é adotada. No entanto, aquele trabalho não explora o aspecto bi-objetivo deste problema, tratando as funções-objetivo de forma ponderada.

O outro fator que torna o PCUIM mais difícil é bi-dimensionalidade da função objetivo. Como os dois objetivos são conflitantes, não existe uma solução única que os otimize concomitantemente. Nesse caso, a solução do problema será dada por um conjunto não unitário de soluções, ditas *soluções eficientes*, nas quais um objetivo não pode ser melhorado sem prejudicar o outro. Estas soluções fornecem um compromisso entre os objetivos levados em consideração e possuem igual importância para o problema.

As soluções eficientes podem ser geradas por estratégias de escalarizações, isto é, o problema multiobjetivo é transformado num problema escalar que, ao ser otimizado, gera uma solução eficiente. No entanto, ao escalarizar o PCUIM, os sub-problemas gerados são PCUIs, de complexidade  $\mathcal{NP}$ -difícil. Dito de outra forma, a geração de  $t$  soluções eficientes para o PCUIM demanda a resolução de pelo menos  $t$  problemas  $\mathcal{NP}$ -difíceis. Em conclusão, obter todas as soluções eficientes deste problema é uma tarefa extremamente cara do ponto de vista computacional.

A proposta deste trabalho é aplicar e comparar as técnicas de escalarizações de Soma Ponderada (SP) e do  $\varepsilon$ -Restrito ( $\varepsilon$ -R) no PCUIM, a fim de enumerar totalmente o conjunto de soluções eficientes. Estes métodos foram explorados e testados, e mostram ser ferramentas aplicáveis a instâncias do PCUIM de moderada dimensão.

Este trabalho está organizado em seis capítulos. A seção 2, apresentam-se os modelos para o PCUIM. As seções 3 e 4 ilustram como o  $\varepsilon$ -R e a SP foram utilizadas, respectivamente. A seção 5 trás alguns resultados preliminares e, finalmente, na seção 6, pontuam-se algumas considerações e futuras direções de pesquisa.

## 2. Modelagem Matemática

Para modelar o PCUIM, considera-se  $b$  rolos-mestre em estoque, de largura  $L_k$  com  $k \in K = \{1, \dots, b\}$  e  $m$  o número de itens demandados. Cada item  $i$  tem largura  $l_i < L_k$  e ao menos  $d_i$  unidades precisam ser produzidas a fim de atender a demanda necessária,  $i \in I = \{1, \dots, m\}$ . Os objetivos consistem em minimizar o número de peças a cortar a fim de atender à esta demanda mínima exigida e minimizar o número de padrões de corte. Do ponto de vista operacional, apenas faz sentido cortar um número inteiro de padrões destes rolos-mestres.

Nesta formulação, um padrão de corte é um vetor  $m$ -dimensional  $a_{jk} = (a_{1jk}, a_{2jk}, \dots, a_{mjk})^T$  onde  $a_{ijk}$  denota o número de vezes que o item  $i$  é cortado no padrão de corte  $j$ , na bobina mestre  $k$ .

Um padrão de corte é factível se

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m l_i \cdot a_{ijk} &\leq L_k, \\ \sum_{i=1}^m l_i \cdot a_{ijk} &\geq L_k - \Delta, \\ \sum_{i=1}^m a_{ijk} &\leq q, \end{aligned}$$

onde  $\Delta = \min_{1 \leq i \leq m} \{l_i\}$  e  $q$  é o número de facas máximo permitido para produzi-lo.

A variável  $x_{jk}$  indica a frequência do padrão de corte  $j$  na bobina mestre  $k$ , com  $j \in P$ , onde  $P$  é o conjunto dos padrões de corte,  $|P| = p$  (que pode ser fornecido pelo usuário ou não). A variável  $y_{jk}$  contabiliza o *setup*, isto é,

$$y_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{se } x_{jk} > 0 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

para todo  $j \in P$  e  $k \in K$ .

Este trabalho enfoca o modelo para o PCUIM onde os padrões de corte  $a_{jk}$  são fornecidos pelo algoritmo de Geração de Colunas (GC), pioneiramente desenvolvido por [Gilmore & Gomory, 1961]. Para  $b = 1$ , tem-se  $p = m$  padrões, mas caso  $b > 1$ , pode-se ter  $p > m$  e uma adaptação do algoritmo de GC para tratar as restrições de estoque é dada em [Poldi & Arenales, 2009]. O modelo linear, com os padrões de corte  $a_{jk}^*$  fornecidos pela método de GC, é o seguinte:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } z_1 &= \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p x_{jk} \\ \text{Minimize } z_2 &= \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p y_{jk} \\ \text{sujeito a } &\sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p a_{ijk}^* \cdot x_{jk} \geq d_i, \quad i \in I, \\ &x_{jk} \leq N \cdot y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\ &x_{jk} \geq y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\ &y_{jk} \in \mathbb{B}, \quad x_{jk} \in \mathbb{N}, \quad j \in P, \quad k \in K. \end{aligned} \tag{1}$$

Assim, a partir desta formulação por aproximação dos padrões gerados pelo GC, é obtida uma fronteira de Pareto com respeito à estes padrões. No entanto, um decisor pode fornecer outros padrões de sua escolha.

### 3. Método do $\varepsilon$ –Restrito no Problema do Corte Multiobjetivo Inteiro

Nesta abordagem, escolhe-se como função objetivo uma das funções que definem o problema multiobjetivo e as demais são tratadas como restrições. Resultados teóricos, que podem ser encontrados em [Cohon, 1978], [Ehrgott, 2005] e [Miettinen, 1999] atestam que este procedimento de escalarização é capaz de determinar todas as soluções eficientes para o problema multiobjetivo combinatório, desde que o lado direito  $\varepsilon$  das restrições adicionais seja convenientemente tomado. Neste problema é apresentado um processo de fazer esta variação de modo a conseguir todas estas soluções.

No PCUIM, foi mais conveniente considerar como função objetivo  $z_1$  para o problema escalar  $P_\varepsilon$  e  $z_2$  como restrição, pois a amplitude de variação desta função é muito menor se comparada com  $z_1$ . Então  $P_\varepsilon$  com a imposição de um *setup* de até  $\varepsilon$  é definido a seguir, onde  $\rho > 0$  é uma pequena constante que multiplica  $z_2$  e levada à função objetivo, a fim de evitar soluções não-eficientes:

$$\begin{array}{l}
 P_\varepsilon \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Minimize } \bar{z}_\varepsilon = \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p x_{jk} + \rho \cdot \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p y_{jk} \\
 \text{sujeito a } \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p a_{ijk}^* \cdot x_{jk} \geq d_i, \quad i \in I, \\
 x_{jk} \leq N \cdot y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\
 x_{jk} \geq y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\
 \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^b y_{jk} \leq \varepsilon, \\
 y_{jk} \in \mathbb{B}, \quad x_{jk} \in \mathbb{Z}_+, \quad j \in P, \quad k \in K.
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Os subproblemas escalares  $P_\varepsilon$  são resolvidos sequencialmente, variando-se  $\varepsilon$ . A cada sub-problema distinto, uma nova solução eficiente  $x_\varepsilon^*$  com *setup* até  $\varepsilon$  é obtida. A grande vantagem desta técnica é a geração dos pontos suportados e não-suportados na fronteira de Pareto, isto é, o algoritmo consegue determinar *todas* as soluções eficientes.

Como a segunda função objetivo para o PCUIM toma apenas valores inteiros num intervalo fechado, é razoável considerar os valores inteiros de  $\varepsilon$  variando no intervalo  $\mathcal{I} = [z_2^-, z_2^+]$ , onde  $z_2^-$  e  $z_2^+$  é o menor e o maior *setup* que o problema pode ter, respectivamente. A cada valor de  $\varepsilon$  inteiro no intervalo  $\mathcal{I}$ , uma nova solução eficiente é obtida ao se resolver o problema  $P_\varepsilon$ . Conforme a restrição  $z_2 \leq \varepsilon$  vai sendo deslocada verticalmente, outras soluções de Pareto vão sendo geradas. A imposição desta restrição e a minimização na direção de  $z_1 + \rho \cdot z_2$ , “forçam” a obtenção de soluções eficientes.

O valor de  $z_2^-$  consegue-se por resolução do subproblema  $P_\varepsilon^-$  a seguir:

$$\begin{array}{l}
 P_\varepsilon^- \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Minimize } \bar{z}_\varepsilon = \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p y_{jk} + \rho \cdot \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p x_{jk} \\
 \text{sujeito a } \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p a_{ijk}^* \cdot x_{jk} \geq d_i, \quad i \in I, \\
 x_{jk} \leq N \cdot y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\
 x_{jk} \geq y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\
 y_{jk} \in \mathbb{B}, \quad x_{jk} \in \mathbb{Z}_+, \quad j \in P, \quad k \in K,
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

e calculando-se o *setup* da solução resultante. Analogamente, o valor para  $z_2^+$  pode ser calcu-

lado resolvendo-se o problema  $P_\varepsilon^+$

$$\begin{array}{l}
 P_\varepsilon^+ \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Minimize } \bar{z}_\varepsilon = \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p x_{jk} + \rho \cdot \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p y_{jk} \\
 \text{sujeito a } \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p a_{ijk}^* \cdot x_{jk} \geq d_i, \quad i \in I, \\
 x_{jk} \leq N \cdot y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\
 x_{jk} \geq y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\
 y_{jk} \in \mathbb{B}, \quad x_{jk} \in \mathbb{Z}_+, \quad j \in P, \quad k \in K,
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

e, novamente, calculando-se o *setup* desta solução.

Como visto, se o PCUIM possui  $t \geq 2$  soluções de Pareto, então serão necessários  $t-2$  subproblemas  $P_\varepsilon$  a serem resolvidos e mais dois subproblemas auxiliares para determinar os pontos lexicográficos,  $P_\varepsilon^-$  e  $P_\varepsilon^+$ . Cada um desses envolve  $2 \cdot p$  variáveis inteiras e  $m+2 \cdot p \cdot b$  restrições. O custo computacional de toda esta operação pode ficar extremamente caro à medida que  $m$  e  $t$  aumentarem, e este crescimento pode ser exponencial.

#### 4. Método da Soma Ponderada no Problema do Corte Multiobjetivo Inteiro

Esta escalariza o problema bi-objetivo ao minimizar uma combinação convexa das funções objetivo envolvidas no problema sem modificar a estrutura das restrições. O Problema Ponderado no peso  $0 \leq w \leq 1$  ( $P_w$ ), é definido a seguir:

$$\begin{array}{l}
 P_w \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Minimize } \bar{z}_w = w \cdot \beta_1 \cdot \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p x_{jk} + (1-w) \cdot \beta_2 \cdot \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p y_{jk} \\
 \text{sujeito a } \sum_{k=1}^b \sum_{j=1}^p a_{ijk}^* \cdot x_{jk} \geq d_i, \quad i \in I, \\
 x_{jk} \leq N \cdot y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\
 x_{jk} \geq y_{jk}, \quad j \in P, \quad k \in K, \\
 y_{jk} \in \mathbb{B}, \quad x_{jk} \in \mathbb{Z}_+, \quad j \in P, \quad k \in K,
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

onde  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são constantes que normalizam  $z_1$  e  $z_2$ , a fim de impedir que as dimensões das funções envolvidas interfiram no processo de obtenção de soluções eficientes.

O algoritmo SP então inicia calculando os pontos lexicográficos ( $w = 1$  e  $w = 0$ ) e então resolve  $P_w$  para  $\phi = z_2^+ - z_2^- - 2$  valores de  $w$  igualmente distribuídos no intervalo  $\mathcal{I}$ . A cada peso escolhido, uma solução eficiente é obtida. A dificuldade deste procedimento reside no fato ele não conseguir obter soluções eficientes não-suportadas para o problema. Além disso, para diferentes valores de  $w$ , soluções eficientes idênticas podem ser obtidas. Estes fatores são alguns aspectos que tornam este método menos promissor que o anterior em problemas combinatórios bi-objetivos.

#### 5. Resultados Computacionais

A fim de testar e comparar os métodos desenvolvidos, gerou-se randomicamente instâncias para o PCUIM através de uma adaptação do gerador CUTGEN desenvolvido por [Gau & Wascher, 1995], amplamente utilizado na literatura. Esta adaptação foi baseada no trabalho de [Poldi & Arenales, 2009]. As instâncias foram divididas em 27 classes, cada uma

com 20 problemas teste. As classes de 1-9 contêm  $m = 10$  itens; as classes de 10-18 contêm 20 itens e as classes de 19-27 contêm 40 itens.

A Tabela (1) a seguir ilustra alguns dos resultados preliminares computacionais médios para estas classes. As colunas  $t_{\varepsilon-R}$  e  $t_{SP}$  denotam os tempos computacionais (em segundos) demandados para cada método;  $|\mathcal{Z}_{\varepsilon-R}|$  e  $|\mathcal{Z}_{SP}|$  denotam as cardinalidades dos conjuntos não-dominados encontrados.

Tabela 1: Resultados computacionais médios do  $\varepsilon-R$  e SP no PCUIM

Classe	$t_{\varepsilon-R}$	$t_{SP}$	$ \mathcal{Z}_{\varepsilon-R} $	$ \mathcal{Z}_{SP} $
1	0,22	0,23	6,10	4,25
2	0,31	0,33	6,20	4,60
3	0,33	0,36	6,25	4,65
4	0,12	0,11	3,10	2,50
5	0,14	0,15	4,30	3,35
6	0,16	0,18	4,05	3,10
7	0,16	0,10	2,65	2,50
8	0,12	0,14	3,75	3,25
9	0,12	0,14	4,02	3,25
<b>Média</b>	<b>0,18</b>	<b>0,19</b>	<b>4,50</b>	<b>3,49</b>
10	0,92	0,82	10,70	6,80
11	1,04	0,84	10,30	6,20
12	1,13	1,00	10,70	6,60
13	0,32	0,27	6,70	4,45
14	0,55	0,50	8,05	5,50
15	1,08	0,53	7,70	5,15
16	0,15	0,16	5,10	3,35
17	0,34	0,32	7,75	5,50
18	0,33	0,30	6,80	4,60
<b>Média</b>	<b>0,59</b>	<b>0,52</b>	<b>8,21</b>	<b>5,35</b>
19	6,46	3,83	18,30	10,15
20	7,25	3,36	18,80	9,65
21	9,24	4,07	17,95	9,55
22	4,50	2,57	14,80	7,75
23	6,28	3,28	16,85	8,65
24	7,73	3,97	15,70	8,60
25	0,91	0,70	11,75	7,05
26	0,76	0,63	11,95	7,60
27	3,18	2,15	15,40	8,40
<b>Média</b>	<b>5,14</b>	<b>2,73</b>	<b>15,72</b>	<b>8,60</b>
<b>Média Geral</b>	<b>1,97</b>	<b>1,15</b>	<b>9,48</b>	<b>5,81</b>

Nota-se que o algoritmo SP, em média, utiliza 58% do tempo computacional do  $\varepsilon-R$ . Se apenas as classes com  $m = 40$  itens forem observadas, este valor diminui para 53%. Isso significa uma enorme economia do ponto de vista computacional, visto que este problema tende a ficar cada vez mais difícil de ser resolvido à medida que o número  $t$  de soluções eficientes e  $m$  aumentarem. Embora o mesmo número de subproblemas  $P_w$  e  $P_\varepsilon$  são gerados, essa diferença no tempo computacional se deve à maior complexidade do subproblema  $P_\varepsilon$ , visto que a restrição  $z_2 \leq \varepsilon$  destrói a estrutura poliédrica da formulação original. Como visto, isso prejudica fortemente a eficiência do algoritmo *Branch-and-Bound*.

Por outro lado, a quarta e quinta colunas têm-se a quantidade de soluções gerada por cada uma dessas metodologias. Como foi dito anteriormente, o método SP tem dificuldades em lidar com problemas cuja fronteira de Pareto é não-convexa. Isso é típico num PCUIM.

Além de não ser possível obter esses pontos, alguns pontos na parte convexa podem ser “perdidos” pelo tamanho de passo  $w$  definido. A SP conseguiu em média, apenas 61% da soluções eficientes. Esse problema de perder soluções é inteiramente resolvido com o  $\varepsilon - R$ .

## 6. Conclusões

Este trabalho apresentou um modelo bi-objetivo para o problema do corte e o resolveu empregando duas técnicas clássicas de otimização multiobjetivo,  $\varepsilon$ -Restrito e Soma Ponderada. O modelo é altamente aplicável e importante na prática, e serve como um poderoso instrumento na tomada de decisão de diferentes indústrias na cortagem de materiais. Quanto aos métodos empregados, ficou claro o maior custo computacional e eficiência do  $\varepsilon$ -Restrito em relação ao concorrente e esse trabalho demonstrou como que duas técnicas podem ter desempenhos tão distintos em um mesmo problema. Além disso, concluímos que embora se tenha um custo computacional mais elevado, o  $\varepsilon$ -Restrito mostrou uma técnica matemática mais elaborada, visto que oferece um conjunto eficiente de soluções mais amplo, facilitando e dando maior oportunidade aos tomadores de decisão nas suas preferências.

Como direções de pesquisa, pretende-se comparar outras técnicas de escalarizações e aplicá-las em problemas de cortagem bi-dimensional.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica na UNICAMP e à FAPESP, processo 2013/06035-0 e 2014/22665-7 pelo financiamento desta pesquisa.

## Referências

- [Cohon, 1978] Cohon, J. 1978. *Multiobjective Programming and Planning*.
- [Ehrgott, 2005] Ehrgott, M. 2005. *Multicriteria Optimization*.
- [Garey & Johnson, 1996] Garey, E. Coffman M., & Johnson, D. 1996. *Approximation Algorithms for Bin Packing: A Survey*. Boston. PWS. Approximation algorithms for NP-hard problems.
- [Gau & Wascher, 1995] Gau, T., & Wascher, G. 1995. CUTGEN: A Problem Generator for the Standard One-dimensional Cutting Stock Problem. *European Journal of Operational Research*, 572–579.
- [Gilmore & Gomory, 1961] Gilmore, P. C., & Gomory, R. E. 1961. A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem. *Operations Research*, 9, 848–859.
- [Leduino, 2005] Leduino, L. S. N. 2005. *Modelo Não Linear para Minimizar o Número de Objetos Processados e o Setup num Problema de Corte Unidimensional*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, IMECC - Campinas.
- [Miettinen, 1999] Miettinen, K.M. 1999. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic.
- [Poldi & Arenales, 2009] Poldi, K. C., & Arenales, M. N. 2009. Heuristics for the One-dimensional Cutting Stock Problem with Limited Multiple Stock Lengths. *Computers and Operations Research*, 36, 2074 – 2081.

# CONDIÇÕES DE OTIMALIDADE PARA UM PROBLEMA DE CORTE MULTIOBJETIVO

**Luiz Leduino de Salles Neto**

ICT-Unifesp

Av. Cesar Lattes, Parque Tecnológico, 1201, São José dos Campos

luiz.leduino@gmail.com

**Manuel Arana-Jimenez**

Universidad de Cádiz

Av. de la Universidad s/n 11405 Jerez, Cádiz, Espanha

manuel.arana@uca.es

## RESUMO

O problema de corte de estoque pode apresentar, para cada indústria, diversos objetivos, como minimizar o desperdício, o número de diferentes padrões de corte, ciclos de serra, pilhas abertas, entre outros. Quando é relevante trabalhar simultaneamente com dois ou mais objetivos uma abordagem via otimização vetorial é a mais indicada. Apesar de haver alguns trabalhos com esse enfoque na literatura, há pouco estudo sobre suas condições de otimalidade. Nesse trabalho apresentamos algumas ideias e resultados obtidos para problemas de corte com dois objetivos: minimizar a matéria-prima utilizada e o número de diferentes padrões, considerando-se um único tipo de material em estoque, sem limitações.

**PALAVRAS CHAVE.** Problema de Corte de Estoque, Otimização Multiobjetivo, Condições de otimalidade.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** Problemas de corte de estoque com vários tipos de objetivos (A.1)

## 1. Introdução

Considere inicialmente o problema 1D-SSSCSP (Wäscher, 2007) com o objetivo de minimizar o número de objetos a serem cortados. Para tanto considere os seguintes dados e variáveis:

### Dados:

- $m$ : número de tipos de itens;
- $l_i$ : comprimento do item do tipo  $i$ ,  $i=1, \dots, m$ ;
- $d_i$ : demanda para o item do tipo  $i$ ,  $i=1, \dots, m$  ( $\mathbf{d}$ );
- $L$ : comprimento do objeto em estoque;

- $a_j$ : vetor que corresponde ao  $j$ -ésimo padrão de corte,  $j=1, \dots, N$ . Existem  $N$  possíveis

$$\text{padrões de corte: } a_1 = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \\ \vdots \\ \alpha_{m1} \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} \alpha_{12} \\ \alpha_{22} \\ \vdots \\ \alpha_{m2} \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad a_N = \begin{pmatrix} \alpha_{1N} \\ \alpha_{2N} \\ \vdots \\ \alpha_{mN} \end{pmatrix},$$

em que  $\alpha_{ij}$  é a quantidade de itens do tipo  $i$  ( $i=1, \dots, m$ ) no  $j$ -ésimo padrão de corte. Além disso, um vetor  $a_j$  é um padrão de corte se, e somente se,  $\sum_{i=1}^m l_i \alpha_{ij} \leq L$ , com  $\alpha_{ij} \geq 0$  e inteiro.

**Variáveis:**

- $x_j$ : número de objetos cortados de acordo com o padrão de corte  $j$ ,  $j=1, \dots, N$ .

**Modelo Matemático:**

$$\text{Minimizar } f(x_j) = \sum_{j=1}^N x_j \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} x_j \geq d_i \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \text{ e inteiro, } j=1, \dots, N. \quad (3)$$

As restrições (2) asseguram que a quantidade total produzida de itens atente a demanda e, as restrições (3) asseguram que o número de objetos a serem cortados é não negativo e inteiro.

Outros objetivos não relacionados a perda de material também são importantes. Considerando o problema de minimização do número de diferentes padrões de corte, tem-se o seguinte modelo matemático:

**Variáveis Adicionais:**

- $y_j$ : igual 1 se o padrão de corte  $j$  é cortado e igual a 0 caso contrário  $j$ ,  $j=1, \dots, N$ .

**Modelo Matemático:**

$$\text{Minimizar } f(y_j) = \sum_{j=1}^N y_j \quad (4)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} x_j \geq d_i \quad i = 1, \dots, m \quad (5)$$

$$x_j \leq M y_j \quad j = 1, \dots, N \quad (6)$$

$$x_j \geq 0, \text{ e inteiro, } y_j \in \{0,1\} \quad j=1, \dots, N. \quad (7)$$

A função objetivo (4) minimiza o número de diferentes padrões de corte. As restrições (5) asseguram que a quantidade total produzida de itens atende a demanda; as restrições (6) asseguram que um objeto só é cortado, de acordo com um padrão de corte, se houver preparação para este padrão e, nas restrições (8) tem-se o domínio das variáveis.

Em muitas situações práticas é conveniente trabalhar com os dois objetivos simultâneos (Golfeto et al 2009<sup>a</sup>, 2009b), auxiliando a tomada de decisão por meio do fornecimento de diversas soluções de compromisso, ou eficientes conforme definido a seguir.

Trabalhamos com o seguinte modelo matemático:

### PCMo:

$$\text{Minimizar } (f^1(x_j), f^2(x_j)) = \left( \sum_{j=1}^N x_j, \sum_{j=1}^N y_j \right)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} x_j \geq d_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \leq M y_j \quad j = 1, \dots, N$$

$$x_j \geq 0, \text{ e inteiro, } j = 1, \dots, N.$$

Nesse trabalho o objetivo foi estabelecer condições de otimalidade para esse modelo de otimização vetorial

## 2. Otimização multiobjetivo

De forma geral o problema de otimização vetorial (POV) pode ser descrito da seguinte forma:

$$(POV) \quad \text{Min } f(x)$$

$$\text{s. a: } g(x) \leq 0$$

$$x \in X$$

onde  $X$  é um conjunto aberto de  $R^n$ ,  $f = (f_1, \dots, f_p): X \subset R^n \rightarrow R^p$  e  $g = (g_1, \dots, g_m): X \subset R^n \rightarrow R^m$  são diferenciáveis.

Para uma precisa definição de uma solução eficiente (Pareto-otimal) para o (POV), foram assumidas as seguintes convenções para igualdades e desigualdades: se  $x = (x_1, \dots, x_n), y = (y_1, \dots, y_n) \in R^n$ , então

$$x = y \Leftrightarrow x_i = y_i, \quad \forall i = 1, \dots, n,$$

$$x < y \Leftrightarrow x_i < y_i, \quad \forall i = 1, \dots, n,$$

$$x \leq y \Leftrightarrow x_i \leq y_i, \quad \forall i = 1, \dots, n,$$

$$x \leq y \Leftrightarrow x_i \leq y_i, \quad \forall i = 1, \dots, n, \text{ e existe } j \text{ tal que } x_j < y_j.$$

Pode-se agora definir o que seria uma solução eficiente e uma solução fracamente eficiente.

**Definição 1:** Um ponto viável  $x^*$  é chamado de solução eficiente para o (POV) se não existe outro ponto viável  $x$ , tal que  $f(x) \leq f(x^*)$ .

**Definição 2:** Um ponto viável  $x^*$  é chamado de solução fracamente eficiente para o (POV) se não existe outro ponto viável  $x$ , tal que  $f(x) < f(x^*)$ .

Nesse trabalho foram obtidos resultados referentes às soluções fracamente eficientes do PCMo.

### 3. Condição suficiente para eficiência fraca

Para obter algumas condições suficientes para um ponto ser fracamente eficiente num problema de corte multiobjetivo foram formulados novos modelos matemáticos, onde as condições de integralidade foram relaxadas. As condições foram testadas em um pequeno exemplo.

Para enunciar um dos resultados obtidos é preciso a seguinte definição:

**Definição:** Um ponto viável  $x^*$  para um problema de otimização vetorial é dito ser um ponto crítico estrito Kuhn-Tucker (PCSKT) se existem  $\alpha \in R^p, \mu \in R^m$  tal que:

$$\begin{aligned}\alpha^T \nabla f(x^*) + \mu^T \nabla g(x^*) &= 0 \\ \mu^T g(x^*) &= 0 \\ \mu &\geq 0 \\ \alpha &> 0\end{aligned}$$

Um dos principais resultados obtidos nesse trabalho está expresso no seguinte teorema:

**Teorema:** Se  $x^*$  é um ponto PCSKT para o problema de corte multiobjetivo, então  $x^*$  é uma solução fracamente eficiente.

### 4. Conclusões e perspectivas futuras

Esse trabalho tem como contribuição principal apresentar condições suficientes para um ponto ser fracamente eficiente num problema de corte multiobjetivo. Apesar de ser o início de um trabalho para obtenção de condições de otimalidade para tal problema, trata-se já de um avanço original e inovador. Cumpre salientar que todas as definições e demonstrações necessitam de pelo menos doze páginas para serem expressas.

### Referências

- Golfeto, R.R., Moretti, A.C., Salles Neto, L.L.** (2009a), A genetic symbiotic algorithm applied to the one-dimensional cutting stock problem, *Pesquisa Operacional*, 29(3), 365-382.
- Golfeto, R.R., Moretti, A.C., Salles Neto, L.L.** (2009b), A genetic symbiotic algorithm applied to the cutting stock problem with multiple objectives, *Advanced Modeling and Optimization*, 11, 473-501.
- Wäscher, G., Haußner, H. e Schumann, H.** (2007), An improved typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research*, 183, 1109-1130.

# MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE CORTE COM USO/VENDA DE RETALHOS E HEURÍSTICA DE ARREDONDAMENTO

## **Douglas Nogueira do Nascimento**

Departamento de Computação, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP  
douglasnn@fc.unesp.br

## **Adriana Cherri**

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP  
adriana@fc.unesp.br

## **Karen Rocha Coelho**

Pós-graduação em Engenharia de Produção, Faculdade de Engenharia, UNESP, Bauru  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP  
karenrc345@hotmail.com

## **Edméa Cassia Baptista**

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP  
baptista@fc.unesp.br

## RESUMO

Os problemas de corte de estoque com sobras aproveitáveis (PCESA) consistem em cortar um conjunto de objetos padronizados ou retalhos disponíveis em estoque para produzir um conjunto de itens demandados. O objetivo consiste em determinar a melhor maneira de cortar os objetos de modo a otimizar uma função objetivo e considerando que retalhos podem ser gerados para retornarem ao estoque. A abordagem utilizada neste trabalho considera que os retalhos são gerados em quantidades e tamanhos previamente determinados e, além de serem estocados para atender demandas futuras, também podem ser vendidos a empresas que utilizam estes objetos como matéria-prima. Um modelo matemático proposto na literatura foi alterado para resolver esse problema visando a maximização do lucro no processo de corte. Para a obtenção de soluções inteiras, um procedimento heurístico residual que também considera o aproveitamento de sobras foi proposto. Testes computacionais foram realizados com dados gerados aleatoriamente.

**PALAVRAS CHAVE.** Aproveitamento de sobras, Modelo matemático, Procedimento heurístico.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** A.1.

## 1. Introdução

Os problemas de corte de estoque (PCE) visam cortar um conjunto de objetos disponíveis em estoque em um conjunto de itens, cujas quantidades e tamanhos são especificados, com a finalidade de atender demandas ou compor estoque, buscando otimizar uma determinada função objetivo. Esse tipo de problema é encontrado em diferentes processos industriais como, por exemplo, o corte de bobinas de aço, bobinas de papel e barras de ferro.

Uma solução para o PCE, frequentemente chamada de plano de corte, é gerada por um conjunto de padrões de corte e suas respectivas frequências, ou seja, quantas vezes cada padrão de corte deve ser cortado para produzir itens. Um padrão de corte define um subconjunto de itens que deve ser cortado de um objeto disponível em estoque.

As principais pesquisas sobre os PCE surgiram na década de 1960 com os trabalhos de Gilmore e Gomory (1961, 1963). Em 1961 os autores apresentaram um método pioneiro para a resolução de PCE que resolveu pela primeira vez, um problema real de corte de estoque unidimensional. Em Gilmore e Gomory (1963) foi apresentado um novo método para o problema da mochila, que é um subproblema a ser resolvido durante a resolução do PCE, fornecendo as novas colunas (padrões de corte) para o problema. Poldi e Arenales (2009) estudaram o problema de obtenção de uma solução inteira para o PCE considerando baixas demandas e diferentes tamanhos de objetos em estoque.

Uma variação do PCE é o Problema de Corte de Estoque com Sobras Aproveitáveis (PCESA). Neste problema, as sobras geradas durante o processo de corte podem ser utilizadas para atender demandas futuras desde que estas sejam suficientemente grandes (retalhos). No PCESA é interessante que os retalhos disponíveis em estoque tenham prioridade de uso, pois, além de ocuparem espaço físico, estes podem se tornar sucatas se não forem utilizados em um determinado período de tempo.

Brown (1971) foi o primeiro autor a mencionar o aproveitamento de sobras. Roodman (1986) propôs um procedimento heurístico para a geração de padrões para o PCE, tendo como objetivo minimizar a perda e a concentração das sobras em poucos padrões de corte. Scheithauer (1991) apresentou um modelo matemático para resolver o PCESA, o qual foi resolvido utilizando a técnica de geração de colunas proposta por Gilmore e Gomory (1963). Gradisar et al. (1997) apresentaram um estudo sobre PCE em uma indústria de tecidos. Um modelo matemático para minimizar o número de itens cujas demandas não eram atendidas durante o processo de corte e a perda de material foi proposto, mas não foi utilizado para no problema. Os autores propuseram um procedimento heurístico (COLA) que também considera a possibilidade de sobras.

Abuabara e Morabito (2009) utilizaram o modelo matemático proposto por Gradisar et al. (1997) para resolver o PCESA em uma pesquisa aplicada a uma empresa brasileira que corta tubos estruturais metálicos para a produção de aeronaves agrícolas. Cherri et al. (2009) realizaram alterações em heurísticas, construtivas e residuais, clássicas da literatura, para resolver o PCESA. Cui e Yang (2010) propuseram uma extensão do modelo de Scheithauer (1991), considerando que a quantidade de objetos em estoque é limitada e a quantidade de retalhos gerados nos padrões de corte pode ser controlada. Cherri et al. (2013) modificaram as heurísticas propostas em Cherri et al. (2009), assumindo que retalhos em estoque devem ter prioridade de uso durante o processo de corte. Cherri et al. (2014) escreveram um *survey* envolvendo o PCESA para o caso unidimensional.

Neste trabalho, propomos alterações em um modelo matemático recentemente proposto na literatura para resolver o PCESA. Com as alterações realizadas, os retalhos disponíveis em estoque além de serem utilizados durante o processo de corte, podem ser vendidos para outras empresas que utilizam estes objetos como matéria prima. Um procedimento heurístico que também considera o aproveitamento de sobras foi proposto para a obtenção de soluções inteiras.

## **2. PCESA considerando venda de retalhos**

No PCESA e venda de retalhos, um conjunto de itens demandados deve ser produzido a partir do corte de objetos padronizados ou retalhos disponíveis em estoque em quantidades limitadas. Neste problema, retalhos com comprimentos definidos previamente e em quantidades limitadas para cada tipo podem ser gerados durante o processo de corte e não são computados como perdas. Os retalhos disponíveis em estoque podem ser utilizados durante o processo de corte ou, se atrativo, podem ser vendidos para outras empresas que usam esses objetos como matéria prima. O objetivo do problema consiste em maximizar o lucro da empresa.

### 3. Modelo matemático e procedimento heurístico

No modelo matemático obtido a partir de alterações no modelo proposto por Arenales et. al (2015), a função objetivo visa maximizar o lucro a partir do corte de objetos padronizados, retalhos, ou venda de retalhos. De acordo com o modelo, um objeto padronizado pode ser completamente cortado ou parcialmente cortado. No segundo caso, são gerados dois objetos: um objeto reduzido que será cortado em itens e um retalho que retornará ao estoque para atender futuras demandas ou, caso seja mais lucrativo, ser vendido a outras empresas.

Com relação à venda de retalhos, duas situações podem ser consideradas: (i) quando atrativo, vender os retalhos durante o processo de corte e manter em estoque os que não forem vendidos ou cortados, ou (ii) vender todos os retalhos restantes em estoque, após o processo de corte.

Para a obtenção de soluções inteiras, foi proposto um procedimento heurístico residual que também considera o aproveitamento de sobras. Tanto o modelo matemático quanto o procedimento heurístico proposto foram implementados utilizando a interface OPL do software CPLEX.

### 4. Conclusões e perspectivas futuras

Neste trabalho, abordamos o problema de corte de estoque unidimensional com sobras aproveitáveis (PCESA) com a possibilidade de uso e venda de retalhos em estoque. Para resolver este problema, realizamos alterações em um modelo matemático proposto na literatura com a finalidade de maximizar o lucro da empresa. Para considerar o aproveitamento de sobras, foram realizados cortes parciais nos objetos padronizados disponíveis em estoque de modo a gerar retalhos com quantidades e tamanhos previamente definidos. Para obter soluções inteiras, um procedimento heurístico residual também foi proposto. Tanto o modelo matemático quanto o procedimento heurístico foram implementados utilizando a interface OPL do software CPLEX.

Para avaliar o desempenho da estratégia proposta, foram realizados testes computacionais com problemas gerados aleatoriamente e considerando períodos de tempo. Os resultados preliminares obtidos foram satisfatórios e serão apresentados no evento, juntamente com o modelo matemático e o procedimento heurístico.

Como continuidade deste trabalho, pretendemos desenvolver uma nova heurística, utilizando *mixed integer programming (MIP)*, para obtenção de soluções inteiras. Outros testes devem ser realizados considerando a possibilidade de gerar mais variedades de retalhos.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP – Proc.: 2013/18607-9).

### Referências

- Abuabara, A. e Morabito R.** (2009), Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts, *Annals of Operations Research*, 149, 149-165.
- Arenales, M.N., Cherri, A. C., Nascimento, D. N. e Vianna, A. C. G.** (2015), A new mathematical model for the cutting stock/leftover problem. Notas do ICMC-USP: Série Computação, n.97, São Carlos: ICMC, 2015. 14p. Disponível em: <[http://www.icmc.usp.br/CMS/Arquivos/arquivos\\_enviados/ESTAGIO-BIBLIO\\_171\\_Notas%20Serie%20Comp%2097.pdf](http://www.icmc.usp.br/CMS/Arquivos/arquivos_enviados/ESTAGIO-BIBLIO_171_Notas%20Serie%20Comp%2097.pdf)>.
- Brown, A. R.** (1971), Optimum packing and depletion: the computer in space and resource usage proble. *New York: Macdonald - London and American Elsevier Inc*, 1971.
- Cherri, A. C., Arenales, M. N. e Yanasse, H. H.** (2009), The one-dimensional cutting stock problems with usable leftover: A heuristic approach, *European Journal of Operational Research*, 196, 897-908.

- Cherri, A. C., Arenales, M. N. e Yanasse, H. H.** (2013), The usable leftover one-dimensional cutting stock problem — a priority-in-use heuristic, *International Transactions in Operational Research*, 20, 189-199.
- Cherri, A. C., Arenales, M. N., Yanasse, H. H., Pold, K. C. e Vianna, A. C. G.** (2014), The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers - A Survey, *European Journal of Operational Research*, 236, 395-402.
- Cui, Y. e Yang, Y.** (2010), A heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftover. *European Journal of Operational Research*, 204, 245-250.
- Gilmore, P. C. e Gomory, R. E.** (1961), A linear programming approach to the cutting stock problem, *Operations Research*, 9, 848-859.
- Gilmore, P. C. e Gomory, R. E.** (1963), A linear programming approach to the cutting stock problem - Part II, *Operations Research*, 11, 863-888.
- Gradisar, M., Jesenko, J. e Resinovic, C.** (1997), Optimization of roll cutting in clothing industry, *Computers & Operational Research*, 10, 945-953.
- Poldi, K. C. e Arenales, M. N.** (2009), Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths, *Computers and Operations Research*, 36, 2074-2081.
- Roodman, G. M.** (1986), Near-optimal solutions to one-dimensional cutting stock problem, *Computers and Operations Research*, 13, 713-719.
- Scheithauer, G.** (1991), A note on handling residual length, *Optimization*, 22, 461 – 466.

# UMA EXTENSÃO DO MÉTODO KOMBI PARA MINIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE PADRÕES DE CORTE DISTINTOS EM UM PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE

**Henrique Augusto Kobersztajn**

UNIFESP - Universidade Federal de São Paulo

ICT - Instituto de Ciência e Tecnologia

Av. Cesare Mansueto Giulio Lattes, 1201 - Eugênio de Mello, São José dos Campos-SP,  
12247-014

henriqueak@gmail.com

**Horacio Hideki Yanasse**

UNIFESP - Universidade Federal de São Paulo

ICT - Instituto de Ciência e Tecnologia

Av. Cesare Mansueto Giulio Lattes, 1201 - Eugênio de Mello, São José dos Campos-SP,  
12247-014

horacio.yanasse@unifesp.br

**Kelly Cristina Poldi**

IMECC - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas

Rua Sérgio Buarque de Holanda, 651 - Cidade Universitária, Campinas - SP, 13083-859

kellypoldi@ime.unicamp.br

## RESUMO

Reduzir o número de padrões de corte em um problema de estoque de corte pode ser de interesse em alguns sistemas produtivos. Neste trabalho testamos o KOMBI-E, uma variação de KOMBI, um método de redução de padrões anteriormente sugerido na literatura. A extensão do KOMBI, o KOMBI-E, tenta equilibrar a redução de padrões de corte com um aumento controlado do número de objetos cortados. Testes computacionais foram realizados com um conjunto de dados gerados aleatoriamente de forma a avaliar empiricamente o impacto em permitir o aumento controlado do número de objetos cortados e a diminuição do número de padrões de corte distintos.

**PALAVRAS CHAVE.** Problema de corte de estoque, Redução de padrões de corte, Otimização linear inteira.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** A.4 Problemas de corte com múltiplos objetivos e vários objetos em estoque.

## 1. Introdução

Neste trabalho apresentamos uma abordagem para a obtenção de soluções para o problema de corte de estoque visando minimizar tanto a quantidade de objetos usados quanto a quantidade de padrões de corte distintos. A abordagem proposta consiste inicialmente na obtenção de uma solução exata através do modelo proposto por Valério de Carvalho (1999, 2002) com o objetivo de obtenção de uma solução com perda mínima. Posteriormente, aplica-se à solução obtida um conjunto de procedimentos que tentam reduzir a quantidade de padrões de corte distintos. Tais procedimentos são baseados nos trabalhos de Foerster e Wäscher (2000), e foram propostos por Yanasse et al. (2011). Este conjunto de métodos, em sua forma original, tenta combinar padrões de corte distintos de modo que a quantidade de objetos usados se mantém constante em relação à solução inicial. Entretanto, as modificações realizadas nos métodos KOMBI - que chamamos de KOMBI-E - permitem um acréscimo controlado na quantidade de objetos cortados se isto implicar em uma maior redução da quantidade de padrões distintos e, neste trabalho, apresentamos esses resultados de testes computacionais que comparam esse *tradeoff*.

## 2. Descrição do problema

Suponha que temos disponíveis objetos (barras, rolos, bobinas etc.) de um dado comprimento  $L$ , em quantidade suficiente para atender toda a demanda por itens. Temos, também, um conjunto de itens de um dado comprimento  $l_i, i = 1, \dots, m$ , que devem ser cortados para atender a demanda  $d_i, i = 1, \dots, m$ . O problema de corte de estoque consiste em produzir os itens demandados cortando-se os objetos disponíveis em estoque, de forma que a demanda dos clientes seja atendida e uma função objetivo seja otimizada, i. e., minimizando perda de material e o número de padrões de corte distintos.

O problema descrito anteriormente pode ser formulado como um problema de otimização inteira com custo fixo (Farley e Richardson (1984), Moretti e Salles Neto (2008), Araújo et al. (2014)); entretanto, uma solução do modelo é difícil de ser obtida. Conforme observaram Yanasse e Limeira (2006), a obtenção da quantidade mínima de padrões de corte para o problema é NP-difícil. Desta forma, tratamos o problema da redução de padrões de corte através de heurísticas. A estratégia utilizada para a redução do número de padrões de corte é baseada na combinação de padrões de corte. Dada uma solução para o problema de corte de estoque com perda mínima, o método identifica dois padrões passíveis de serem substituídos por um único padrão de corte. Para isso, é preciso conhecer uma solução para o problema de corte de estoque e então aplicar o procedimento para reduzir o número de padrões de corte distintos.

Utilizamos o modelo matemático proposto por Valério de Carvalho (1999, 2002), um modelo de fluxo em arcos, para a resolução do problema de corte e que fornece os padrões de corte e suas respectivas frequências para serem combinados. Neste modelo, o comprimento do objeto é discretizado em unidades de comprimento e as restrições e as variáveis estão associadas às posições físicas destas unidades. Cada unidade do comprimento do objeto é representada por um nó de um grafo, sendo que os comprimentos dos itens são representados por arestas direcionadas entre estes nós, cujo comprimento da aresta é o mesmo do item. O modelo fornece o valor da função objetivo ótimo, ou seja, o número mínimo de objetos cortados que resolve o problema de corte de estoque. Foi implementado em linguagem C um procedimento para a construção dos padrões de corte a partir dos fluxos nos arcos fornecido pela solução ótima do modelo de fluxos em arcos de Valério de Carvalho. A seguir, com esse conjunto de padrões de corte e suas respectivas frequências de utilização, foram aplicados

os algoritmos KOMBI para tentar combinar padrões de corte e, com isso, obter um conjunto reduzido de padrões.

### 3. Método de solução: KOMBI Estendido

O funcionamento do KOMBI proposto por Foerster e Wäscher (2000) está atrelado à frequência dos padrões de corte iniciais a serem combinados, que deve ser mantida após o processamento da solução, assim como também deve ser mantida constante a quantidade de itens a serem gerados pelo novo padrão. É com esta frequência obtida inicialmente que verifica-se se há a possibilidade de gerar novos padrões factíveis mantendo o atendimento à demanda.

Entretanto, se permitirmos que a frequência final possa ser maior que a frequência original e mantivermos a demanda atendida, damos uma flexibilidade maior na possibilidade de combinações, evitando que o procedimento de combinação se encerre devido à limitação da capacidade dos objetos.

Seja  $x^*$  a frequência do novo padrão a ser construído a partir da combinação de dois padrões arbitrários 1 e 2 e seja  $T = 0, 1, \dots, h$ , onde  $h$  é um valor inteiro não negativo, que denota o grau de flexibilidade no aumento de objetos, ou seja, a quantidade máxima de objetos possíveis de serem inseridos a mais a cada tentativa de combinação de padrões.

A combinação de padrões segue a seguinte ordem:

1. para todo  $T, T = 0, 1, \dots, h$ , calcula-se a frequência  $x^*$  do novo padrão de corte

$$x^* = x_1 + x_2 + T;$$

2. para todo  $i, i = 1, \dots, m$ , calcula-se a soma

$$s_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2$$

que representa o número de itens do tipo  $i$  fornecido pelos dois padrões originais;

3. para todo  $i, i = 1, \dots, m$ , determina-se recursivamente

$$\alpha_{i*} = \left\lfloor \frac{s_i}{x^*} \right\rfloor.$$

Toda vez que o procedimento recursivo no passo 3 é chamado, a factibilidade do possível padrão de corte parcialmente determinado  $(\alpha_{1*}, \alpha_{2*}, \dots, \alpha_{k*}, 0, \dots, 0)$ , com  $k \leq m$ , é verificada e caso o comprimento total de itens obtidos neste padrão for maior que o comprimento do objeto,

$$\sum_{i=1}^k l_i \alpha_{i*} > L$$

a recursão é interrompida e um novo par de padrões é testado.

Conforme ocorre no KOMBI proposto por Foerster e Wäscher (2000) em relação às diversas formas de combinações de padrões (de  $p$  para  $q$  padrões), o mesmo é possível no KOMBI Estendido. Basta estabelecermos o valor máximo de objetos a mais que permitiremos incluir a cada tentativa de combinação de padrões (valor máximo de  $T$ ) e, para cada valor de  $T$ , tentamos combinar os padrões de corte da solução.

#### 4. Testes computacionais

O gerador aleatório CUTGEN1 proposto por Gau e Wäscher (1995) foi usado para gerar o conjunto de dados utilizados nos testes computacionais. Dezoito classes com 100 instâncias cada foram geradas aleatoriamente, com os mesmos parâmetros (números de tipos de itens, comprimento dos objetos, comprimentos dos itens e demandas) usados em Foerster e Wäscher (2000).

A partir das soluções obtidas pelo modelo de Valério de Carvalho (1999, 2002), os padrões de corte foram reconstruídos de forma que permitissem a aplicação dos procedimentos KOMBI Estendidos. Foram realizados testes para  $T$  variando de 0 (denotado por  $T_0$ ) até 5 (denotado por  $T_5$ ), sendo que o KOMBI Estendido  $T_0$  é equivalente ao KOMBI original proposto por Foerster e Wäscher (2000).

Os valores médios de número de objetos cortados e de número de padrões de corte foram analisados e serão apresentados em forma de gráficos e tabelas na apresentação oral deste trabalho. Analisando esses valores, notamos o comportamento esperado do aumento na quantidade de objetos cortados que acompanha o incremento da quantidade máxima de objetos permitidos a serem inseridos em cada tentativa de combinação do KOMBI Estendido.

O procedimentos foram implementados na linguagem C++ e executados em um computador Intel Core i7 @2GHz com 8 GB de RAM. Não foi levado em consideração o tempo para a obtenção da solução inicial, nem o tempo necessário para a reconstrução dos padrões de corte a partir da solução do modelo de Valério de Carvalho (1999, 2002). De forma geral, com o aumento do grau de flexibilidade nos procedimentos KOMBI Estendido, não há um aumento considerável no tempo necessário para a obtenção da solução final.

#### Conclusões e perspectivas futuras

Neste trabalho, foi proposta uma variação no método KOMBI proposto por Foerster e Wäscher (2000) para a resolução do problema de corte de estoque unidimensional tendo por objetivo tanto minimizar o número de objetos cortados quanto reduzir o número de padrões de corte distintos. A partir do modelo matemático formulado por Valério de Carvalho (1999, 2002), foi desenvolvido um algoritmo para obter soluções exatas para o problema de corte de estoque unidimensional com o objetivo de minimizar perdas e, a partir destas soluções, os padrões de corte associados a elas foram reconstruídos de forma que tais padrões pudessem ser processados pelos procedimentos de combinações de padrões baseados nas ideias de Foerster e Wäscher (2000) - o KOMBI Estendido. Os testes computacionais mostraram que o método proposto possui boa eficiência, tendo uma taxa de redução de padrões de corte maior que a taxa de aumento do consumo de objetos.

Como continuidade deste trabalho, o procedimento KOMBI Estendido será modificado de forma a aceitar padrões referentes a múltiplos tipos de objetos, de forma que a solução ótima inicial obtida na primeira etapa seja processada por tais procedimentos visando a redução da quantidade de padrões de corte distintos.

**Agradecimentos:** à FAPESP e ao CNPq.

#### Referências

Araujo, S. A., Poldi, K. C. e Smith, J. (2014), A genetic algorithm for the one-dimensional cutting stock problem with setups, *Pesquisa Operacional*, 34(2): 165-187.

- Farley, A. A. e Richardson, K. V.** (1984), Fixed charge problems with identical fixed charges, *European Journal of Operational Research*, 18(2): 245-249.
- Foerster, H. e Wäscher, G.** (2000), Pattern reduction in one-dimensional cutting stock problem, *International Journal of Production Research*, 38(7): 1657-1676.
- Gau, T. e Wäscher, G.** (1995), CUTGEN1: A problem generator for the standard one-dimensional cutting stock problem, *European Journal of Operational Research*, 84: 572-579.
- Moretti, A. C. e Salles Neto, L. L.** (2008), Nonlinear cutting stock problem model to minimize the number of different patterns and objects, *Computational and Applied Mathematics*, 27: 61-78.
- Valério de Carvalho, J. M.** (1999), Exact solution of bin-packing problems using column generation and branch-and-bound, *Annals of Operations Research*, 86: 629-659.
- Valério de Carvalho, J. M.** (2002), LP models for bin packing and cutting stock problems, *European Journal of Operational Research*, 144: 253-273.
- Yanasse, H. H. e Limeira, M. S.** (2006), A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems. *Computers & Operations Research*, 33(9): 2744-2756.
- Yanasse, H. H., Poldi, K. C. e Cerqueira, G. R. L.** (2011), Modified KOMBI to reduce the different patterns in cutting stock problems, *IFORS 2011*, Melbourne, Australia. *Conference Program and Abstract Book*, p. 5.

**Sessão 2 - Apresentações orais: coordenadora Franklina M B Toledo.**

Hiper-heurística para o problema de corte de estoque de itens irregulares.

Leandro Resende Mundim, Marina Andretta, José Fernando Oliveira.

Um modelo de otimização para geração de padrões de moldagem e planejamento da produção na indústria de polpa moldada.

Karim Pérez Martínez, Reinaldo Morabito Neto, Eli Angela Vitor Toso.

Modelo para apoio à tomada de decisão no dimensionamento de lotes em uma fábrica de móveis.

Walter Ribeiro da Rocha Junior, Adriana Cristina Cherri, Silvio Alexandre de Araujo.

Heurísticas Lagrangianas para o problema de dimensionamento de lotes com múltiplas plantas, itens e períodos.

Desiree Maldonado Carvalho, Mariá C. Vasconcelos Nascimento.

# HIPER-HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE CORTE ESTOQUE DE ITENS IRREGULARES

**Leandro Resende Mundim**

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo  
Avenida Trabalhador São-carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil  
mundim@icmc.usp.br

**Marina Andretta**

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo  
Avenida Trabalhador São-carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil  
andretta@icmc.usp.br

**José Fernando Oliveira**

INESC TEC, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto  
Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465, Porto, Portugal  
jfo@fe.up.pt

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma hiper-heurística para o problema de corte de estoque de itens irregulares (polígonos convexos e não convexos). Neste problema temos que alocar um conjunto de itens, cada um com uma demanda, na menor quantidade de recipientes retangulares idênticos. O método proposto gerencia quatro heurísticas de baixo nível, inspiradas na heurística *bottom left*. O algoritmo foi testado para um conjunto de 15 instâncias da literatura, melhorando 11 resultados conhecidos.

**PALAVRAS CHAVE.** corte de itens irregulares, hiper-heurística, *nesting problem*.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** A.1.

## 1. Introdução

O corte de itens irregulares (polígonos convexos e não convexos) em placas retangulares aparecem com muita frequência nas indústrias, como por exemplo na indústria metalúrgica que necessita cortar peças pequenas (*itens*) dentro de placas retangulares (*recipientes*). Segundo Wäscher, Haußner e Schumann (2007), os principais objetivos dos problemas de corte são maximizar a utilização dos recipientes e reduzir o desperdício de matéria prima. Além disso, Nielsen e Odgaard (2003) prova que o problema de corte de itens irregulares é NP-difícil, ou seja, assumindo a hipótese que P é diferente de NP podemos dizer que não existe algoritmo exato em tempo polinomial para o problema.

Neste trabalho estamos interessados na versão bidimensional do problema de corte de estoque de itens irregulares. Neste problema temos uma lista de  $n$  itens, cada item com uma demanda  $d_i$  com  $i = 1, \dots, n$ , que devem ser alocados em um ou mais recipientes retangulares. Os itens são representados por uma lista de vértices ordenados no sentido horário, enquanto cada recipiente possui uma largura  $L$  e uma altura  $H$ . O objetivo é alocar a demanda de todos os itens, sem sobreposição, utilizando a menor quantidade de recipientes. Além da restrição de não sobreposição entre os itens, cada item deve estar completamente contido em um recipiente.

Para lidar com a sobreposição de polígonos vários métodos foram desenvolvidos. No trabalho de Bennell e Oliveira (2008), os autores apresentam vários métodos e abordagens para lidar com essa dificuldade, como por exemplo: o método *raster* (representação dos itens por malhas), a trigonometria direta (operações sobre os itens), as *phi functions* (expressões matemáticas que informam a posição relativa dos itens) e o *no-fit polygon* (a região de obstrução de dois itens). Devido à dificuldade do problema, vários autores apresentam estratégias heurísticas para o problema. Algumas destas estratégias podem ser encontradas em Halavati, Shouraki e Zadeh (2008), Lopez-Camacho, Terashima-Marín e Ross (2010) e Lopez-Camacho et. al. (2013). Métodos exatos foram propostos em Alvarez-Valdes et. al. (2013) e Toledo et. al. (2013).

Na Seção 2, apresentamos a hiper-heurística proposta para o problema estudado. Em seguida, na Seção 3, apresentamos os resultados, conclusões e direções futuras do método proposto.

## 2. Metodologia

A hiper-heurística proposta neste trabalho, para resolver o problema de corte de estoque de itens irregulares utiliza uma malha de pontos para evitar a sobreposição. Esta malha é baseada na técnica de *no-fit polygon* e foi usada no trabalho de Toledo et. al. (2013). Uma hiper-heurística é um algoritmo heurístico que obtém uma solução gerenciando um conjunto de heurísticas de baixo nível, específicas para o problema estudado. As heurísticas de baixo nível desenvolvidas foram inspiradas nas heurísticas com política *bottom left*. Estas heurísticas alocam um item por vez, sendo que a alocação é feita seguindo um critério. Neste trabalho, consideramos como critérios: (i) alocar os itens o mais próximo do canto esquerdo do recipiente, (ii) sortear o canto mais próximo do recipiente, (iii) procurar o primeiro ponto a ser alocado seguindo um zig-zag no recipiente e (iv) seguindo um espiral de fora para dentro no recipiente.

Para resolver uma instância do problema, a hiper-heurística faz várias iterações do método. Cada iteração escolhendo o critério mais adequado para a instância e sorteando uma ordem para alocar os itens nos recipientes. Ao sortear várias sequências para alocar os itens, testamos diferentes formas de construir as soluções.

### **3. Resultados e Conclusões**

Neste trabalho, estudamos o problema de corte de estoque de itens irregulares em recipientes retangulares. O objetivo é alocar todos os itens utilizando o menor número de recipientes possível. Para lidar com a geometria dos itens, utilizamos a malha de pontos proposta por Toledo et. al. (2013). Foram implementadas quatro heurísticas de baixo nível para o problema, inspiradas na heurística com política *bottom left* que se baseiam na ordenação dos itens. O método proposto é uma hiper-heurística que gerencia estas quatro heurísticas. O algoritmo conseguiu ótimos resultados, melhorando 11 das 15 quinze instâncias clássicas da literatura.

**Agradecimentos:** O primeiro autor gostaria de agradecer a CAPES, pelas bolsas de mestrado e doutorado. Este trabalho contou com o apoio do Universal do CNPq (processo 476792/2013-4), da FAPESP Temático (2010/10133-0) e CEPID da FAPESP (processo 2013/07375-0).

## **Referências**

**Alvarez-Valdes, R., Martinez, A., Tamarit, J.** (2013), A branch & bound algorithm for cutting and packing irregularly shaped pieces., *International Journal of Production Economics*, 145, 463-477.

**Bennell, J. A. e Oliveira, J. F.** (2008), The geometry of nesting problems: A tutorial, *European Journal of Operational Research*, 184, 397-415.

**Halavati, R., Shouraki, S. B.; Zadeh, S. H.** (2008), A novel evolutionary approach for two dimensional bin packing, *The CSI Journal on Computer Science and Engineering*, 6, 58-67.

**López-Camacho, E., Terashima-Marín, H e Ross, P.** (2010), Defining a problem-state representation with data mining within a hyper-heuristic model which solves 2d irregular bin packing problems., *Lecture Notes in Computer Science*, 6433, 204-213.

**López-Camacho, E., Ochoa, G., Terashima-Marín, H e Burke, E.** (2013), An effective heuristic for the two-dimensional irregular bin packing problem., *Annals of Operations Research*, 206, 241-264.

**Nielsen, B. e Odgaard, A.** (2003), Fast neighborhood search for the nesting problem, *Department of Computer Science - Relatório técnico*.

**Toledo, F. M. B., Carravilla, M. A., Ribeiro, C., Oliveira, J. F., Gomes, A. M** (2013), The dotted-board model: a new mip model for nesting irregular shapes, *International Journal of Production Economics*, 145, 478 - 487.

**Wäscher, G., Haußner, H e Schumann, H.** (2007), An improved typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research*, 183, 1109-1130.

# UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA GERAÇÃO DE PADRÕES DE MOLDAGEM E PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO NA INDÚSTRIA DE POLPA MOLDADA

**Karim Yaneth Pérez Martínez**

Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia Washington Luís, km 235 - SP-310, São Carlos- SP  
karim.1504@gmail.com

**Reinaldo Morabito Neto**

Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia Washington Luís, km 235 - SP-310, São Carlos- SP  
morabito@ufscar.br

**Eli Angela Vitor Toso**

Universidade Federal de São Carlos *Campus* Sorocaba  
Rodovia João Leme dos Santos (SP-264), Km 110, Bairro do Itinga, Sorocaba-SP  
eli@ufscar.br

## RESUMO

Este trabalho propõe um modelo de otimização integrado para geração de padrões de moldagem e planejamento da produção na indústria de polpa moldada. Diversas restrições operacionais e limitações tecnológicas características deste tipo de indústria, devem ser levadas em conta na geração dos padrões de moldagem, e no cálculo dos tempos de setup. Portanto, a geração dos padrões e a sua integração às decisões de planejamento e programação da produção não representa uma tarefa simples. Este trabalho propõe um modelo de programação inteira mista, em que padrões de moldagem são gerados a partir de pré-configurações nas máquinas de moldagem definidas a priori. Estas pré-configurações incorporam as restrições tecnológicas do problema, e permitem que os padrões gerados sejam factíveis de serem implementados na prática. Resultados evidenciam as vantagens práticas ao integrar as decisões de geração de padrões de moldagem e planejamento e programação da produção na indústria de polpa moldada.

**PALAVRAS CHAVE.** Geração de padrões de moldagem, Lot sizing and scheduling, Indústria de polpa moldada.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:**

B.6 Problemas de programação da produção.

## 1. Introdução

Na indústria de polpa moldada, o volume de produção depende da escolha dos processos através dos quais podem ser produzidos os produtos (i.e. padrões de moldagem). Desta forma, as decisões relacionadas ao planeamento e controle da produção envolve determinar qual padrão de moldagem utilizar, durante quanto tempo, e em qual sequência.

Vários tipos de indústria possuem características similares à indústria de polpa moldada, no sentido que o planeamento e controle da produção envolve a escolha e/ou sequenciamento de processos através dos quais são produzidos os produtos. Alguns exemplos destes tipos de indústria são: a indústria de madeira serrada, em que o mix de produtos produzidos depende da escolha do processo escolhido no estágio de secagem (i.e. secagem ao ar livre ou industrial) e dos padrões de corte utilizados no estágio de finalização (Gaudreault et al., 2011); a indústria de papel, em que o mix de produtos depende da escolha e sequenciamento dos padrões de corte (Kallrath et al., 2014); na indústria de grãos eletro-fundidos, em que o mix de produtos depende do conjunto de peneiras utilizadas ao longo do horizonte (Luche et al., 2009); nas refinarias, em que as quantidades de óleos processados (e.g. deisel, gasolina, entre outros) depende do modo de operação das unidades de destilação e hidrotratamento (Shi et al., 2014). Geralmente, no planeamento e controle da produção nestas indústrias considera-se que os processos, padrões ou modos de operação, a partir dos quais são produzidos os diversos produtos, são definidos a priori. No entanto, alguns trabalhos integram as decisões de geração de processos ou padrões e as decisões de planeamento e programação da produção, como o caso do problema integrado de geração de padrões de corte e corte de estoque.

Neste contexto, este trabalho propõe uma formulação inteira mista para representar o problema integrado de geração de padrões de moldagem e planeamento e controle de produção na indústria de polpa moldada. Restrições tecnológicas e limitações operacionais próprias do sistema de produção devem ser levadas em conta de modo que os padrões de moldagem gerados sejam factíveis de serem implementados na prática. Desta forma, padrões de moldagem são gerados a partir de pré-configurações da máquina de moldagem definidas a priori, as quais incorporam as restrições tecnológicas do sistema de produção. As decisões de geração de padrões e planeamento da produção são representadas matematicamente através do modelo apresentado a seguir.

## 2. Modelo integrado de geração de padrões de moldagem e planeamento da produção

O modelo proposto é baseado na formulação clássica do Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Geral (GLSP), em que o horizonte de planeamento é dividido em  $T$  períodos (i.e. semanas), e cada um destes é dividido em vários sub-períodos  $s$ . Considera-se um sistema com uma única linha de produção, em que um único padrão de moldagem é gerado e utilizado em cada micro-período  $s$ . Um padrão de moldagem é gerado partir de duas decisões: qual a pré-configuração adotada em cada sub-períodos, e qual tipo de molde é acoplado em cada posição de tal pré-configuração. Conjuntos, índices, parâmetros e variáveis são apresentados a seguir.

### *Conjuntos e índices*

$N$  conjunto de moldes/produtos:  $i \in N$

$J$  conjunto de pré-configurações:  $j, k \in J$

$P, P_j$  conjunto de posições totais da máquinas, e das posições pertencentes à pré-configuração  $j$ :  $p \in P$  e  $P_j$

$T$  conjunto de períodos de tempo:  $t \in T$

$S, S_t$  conjunto de sub-períodos, e dos sub-períodos associados ao período  $t$ :  $s \in S$  e  $s \in S_t$

*Parâmetros:*

$m_j$	número de tipos de moldes que podem ser acoplados na pré-configuração $j$ ( $ P_j $ )
$l_{ipj}$	1, se moldes $i$ são compatíveis com a posição $p$ da pré-configuração $j$ 0, caso contrário
$n_{pj}$	número de moldes que devem ser acoplados na posição $p$ da pré-configuração $j$
$M_i$	número de moldes $i$ disponíveis
$R$	velocidade da máquina de moldagem (revoluções por hora)
$st^I$	tempo de parada/arranque da linha de produção (i.e. Tempo de setup I)
$st_i^{II}$	tempo para acoplamento/desacoplamento de um molde $i$ (i.e. Tempo de setup II)
$st_{jk}^{III}$	tempo de ajuste de linha envolvido na troca da pré-configuração $j$ para $k$ (i.e. Tempo de setup III)
$c$	custo por hora de setup
$Q_t$	capacidade total (hours) no período $t$
$d_{it}$	demanda do produto $i$ no período $t$
$h_{it}$	custo unitário de estoque do produto $i$ no período $t$
$I_{i0}$	estoque inicial do produto $i$

*Variáveis relacionadas à geração de padrões*

$z_{js}$	1, se a máquina adota a pré-configuração $j$ no micro-período $s$ ; 0, caso contrário
$y_{ips}$	1, se há moldes $i$ na posição $p$ no sub-período $s$ ; 0, caso contrário

*Variáveis relacionadas às operações de setup*

$v_s$	1, se há setup I no micro-período $s$ (i.e. se há parada/arranque da linha de produção) 0, caso contrário (Setup I)
$u_{is}$	número de moldes $i$ acoplados/desacoplados no sub-período $s$ (Setup II)
$b_{jk}$	1, se há troca da pré-configuração $j$ para a pré-configuração $k$ no sub-período $s$ 0, caso contrário (Setup III)

*Variáveis relacionadas ao planejamento da produção*

$w_s$	tempo de produção no sub-período $s$
$x_{is}$	unidades de produto $i$ produzidas no micro-período $s$
$I_{it}$	estoque de produto $i$ ao final do período $t$ .

*Função objetivo:* (1) minimizes total setup and inventory costs. Note that total setup cost is proportional to total setup time, which comprises time for setup I, II and III.

$$\text{Min} \quad c \left( \sum_{s \in S} st^I v_s + \sum_{i \in N} \sum_{s \in S} st_i^{II} u_{is} + \sum_{j, k \in J} \sum_{s \in S} st_{jk}^{III} b_{jks} \right) + \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} h_{it} I_{it} \quad (1)$$

*Restrições relacionadas à geração de padrões de moldagem*

$$\sum_{j \in J} z_{js} = 1 \quad \forall s \in S \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} y_{ips} \leq 1 \quad \forall p \in P; s \in S \quad (3)$$

$$\sum_{p \in P} y_{ips} \leq 1 \quad \forall i \in N; s \in S \quad (4)$$

$$y_{ips} \leq \sum_{j \in J} l_{ipj} z_{js} \quad \forall i \in N; p \in P; s \in S \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{p \in P} y_{ips} = \sum_{j \in J} m_j z_{js} \quad \forall s \in S \quad (6)$$

$$\sum_{p \in P_j} n_{pj} y_{ips} \leq M_i + B(1 - z_{js}) \quad \forall i \in N; j \in J; s \in S \quad (7)$$

Restrições (2) garantem que uma única pré-configuração seja adotada em cada sub-período. Restrições (3), (4), (5) and (6) estão relacionadas à designação dos tipos de moldes às posições da máquina em cada sub-período. Restrições (4) asseguram que cada tipo de molde é acoplado em no máximo, uma única posição, em cada sub-período. Restrições (5) garantem que moldes  $i$  sejam acoplados somente nas posições compatíveis da pré-configuração adotada em cada sub-período. Restrições

(6) garantem que existem moldes em todas as posições da pré-configuração adotada em cada micro-período.

Restrições (7) relacionam as variáveis  $z_{js}$  e  $y_{ips}$ , de modo que a quantidade de moldes  $i$  utilizados em cada sub-período não excede o número total disponível (i.e.  $M_i$ ).

*Restrições relacionadas às operações de setup*

$$u_{is} \geq \left| \sum_{p \in P_k} y_{ips} n_{pk} - \sum_{p \in P_j} y_{ip(s-1)} n_{pj} \right| - B(1 - b_{jks}) \quad \forall j, k \in J; s \in S; i \in N \quad (8)$$

$$\sum_{i \in N} u_{is} \leq Bv_s \quad \forall s \in S \quad (9)$$

$$\sum_{k \in J} b_{jks} = z_{j(s-1)} \quad \forall j \in J; s \in S \quad (10)$$

$$\sum_{j \in J} b_{jks} = z_{ks} \quad \forall k \in J; s \in S \quad (11)$$

Restrições (8) contabilizam quantos moldes  $i$  são acoplados ou desacoplados em cada sub-período. Onde  $B_i^{II}$  pode ser calculado como  $B_i^{II} = \max_{j \in J, p \in P} \{l_{ipj} n_{pj}\} \quad \forall i \in N$ . Note que o valor de  $u_{is}$  depende da pré-configuração adotada em dois sub-períodos consecutivos ( $s - 1$  and  $s$ ) e da designação dos tipos de moldes a cada posição nesses sub-períodos.

Restrições (9) definem se há ou não setup I no sub-período  $s$  (i.e. se a linha de produção deve ser parada e reiniciada no sub-período  $s$ ). Note que, toda vez que ao menos um molde é acoplado ou desacoplado, incorre-se no setup I. Restrições (10) e(11) definem se existe ou não troca da pré-configuração  $j$  à pre-configuração  $k$  no sub-período  $s$ .

*Restrições de integração ao planejamento e programação da produção*

$$x_{is} \leq B \sum_{p \in P} y_{ips} \quad \forall i \in N; s \in S \quad (12)$$

$$x_{is} \geq w_s R n_{pj} - B(2 - y_{ips} - z_{js}) \quad \forall i \in N; j \in J; p \in P_j; s \in S \quad (13)$$

$$x_{is} \leq w_s R n_{pj} + B(2 - y_{ips} - z_{js}) \quad \forall i \in N; j \in J; p \in P_j; s \in S \quad (14)$$

$$\sum_{s \in S_t} w_s + \sum_{s \in S_t} st^I v_s + \sum_{i \in N} \sum_{s \in S_t} st_i^{II} u_{is} + \sum_{j, k \in J} \sum_{s \in S_t} st_{jk}^{III} b_{jks} \leq Q_t \quad \forall t \in T \quad (15)$$

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + \sum_{s \in S_t} x_{is} - d_{it} \quad \forall i \in N; t \in T \quad (16)$$

$$I_{it}, x_{is}, w_s, u_{is} \in \mathbb{R}^+; \quad z_{is}, y_{ips}, v_s, b_{jks} \in \{0, 1\}; \quad \forall i \in N; j, k \in J; p \in P; s \in S; t \in T \quad (17)$$

Restrições (12) asseguram que o produto  $i$  é produzido se, e somente se, existem moldes  $i$  acoplados na máquina ( $\sum_{p \in P} y_{ips} = 1$ ). Restrições (13) e (14) contabilizam a quantidade produzida de cada produto em cada sub-período. Note que, caso o produto  $i$  seja produzido, o seu volume é exatamente o tempo de produção no sub-período  $s$  (i.e.  $w_s$ ), vezes a velocidade da máquina ( $R$ ) e o número de moldes  $i$  acoplados na mesma no sub-período  $s$  ( $n_{pj}$  if  $z_{js} = 1$ ).

Restrições (15) garantem que a capacidade total em cada período não seja excedida. Equações (16) consistem no balanceamento de estoque em cada período e, finalmente, as expressões (17) definem o domínio das variáveis.

### 3. Experimentos computacionais

A fim de evidenciar as vantagens práticas de integrar as decisões de geração de padrões de moldagem e planejamento da produção, experimentos computacionais foram realizados sobre um conjunto de 7 exemplares reais. O modelo integrado proposto neste trabalho foi comparado com um modelo GLSP em que os padrões de moldagem são definidos a priori (Martínez and Toso, 2015). A tabela a seguir evidencia que planos de produção melhores (i.e. com menor custo e tempos de setup) pode ser obtidos quando as decisões de geração de padrões são integradas ao planejamento da produção.

Inst.	Modelo	Custo total	Custo de estoque	Custo de setup	Tempo de setup (h)	Tempo de produção (h)	Capacidade	Padrões usados
1	GLSP	67303.7	2357.9	64945.8	77	402.1	71.3%	4
	Modelo integrado	55834.3	53636.2	2198.1	63.6	486.2	81.8%	4
	Diferenças	-11469.4 (-17%)	-159.8 (-6.8%)	-11309.6 (-17.4%)	-13.4	84.1	10.5%	0
2	GLSP	21401.7	3508.9	17892.8	21.2	402.9	63.1%	2
	Modelo integrado	17632	11309.6	6322.4	13.4	568.8	86.6%	2
	Diferenças	-3769.7 (-17.6%)	2813.5 (80.2%)	-6583.2 (-36.8%)	-7.8	165.9	23.5%	0
3	GLSP	21989.2	6459.6	15529.6	18.4	263.5	42%	2
	Modelo integrado	14527.6	8946.4	5581.2	10.6	230.1	35.8%	2
	Diferenças	-7461.6 (-33.9%)	-878.4 (-13.6%)	-6583.2 (-42.4%)	-7.8	-33.3	-6.1%	0
4	GLSP	23388.9	3639.6	19749.6	23.4	426.4	66.9%	4
	Modelo integrado	17995.3	11309.6	6685.7	13.4	620.6	94.4%	2
	Diferenças	-5393.5 (-23.1%)	3046.46 (83.7%)	-8440 (-42.7%)	-10	194.2	27.4%	-2
5	GLSP	16252.2	3085.8	13166.4	15.6	398.1	61.6%	3
	Modelo integrado	13025.3	8946.4	4078.9	10.6	456.7	69.6%	2
	Diferenças	-3226.9 (-19.9%)	993.1 (32.2%)	-4220 (-32.1%)	-5	58.6	8%	-1
6	GLSP	57386	6113	51273	60.8	568.2	93.6%	3
	Modelo integrado	50988	44689.8	6298.2	53	595.1	96.4%	3
	Diferenças	-6398 (-11.1%)	185.21 (3.0%)	-6583.2 (-12.8%)	-7.8	26.9	2.8%	0
7	GLSP	15867.2	2700.8	13166.4	15.6	483.6	74.28%	3
	Modelo integrado	12281.7	8946.4	3335.3	10.6	476.1	72.4%	2
	Diferenças	-3585.5 (-22.6%)	634.5 (23.5%)	-4220 (-32.1%)	-5	-7.43	-1.85%	-1

Tabela 1: Modelo GLSP com padrões definidos a priori vs. Modelo integrado de geração de padrões e planejamento da produção

### Conclusões e trabalhos em andamento

Este trabalho aborda as decisões de geração de padrões de moldagem e planejamento da produção na indústria de polpa moldada. Resultados evidenciam que esta abordagem integrada é capaz de gerar planos de produção de menor custos e tempos de setup, em comparação com uma abordagem que aborda as decisões separadamente. Trabalhos em andamento estudam outras abordagens para geração padrões de moldagem, e métodos de decomposição para resolver o problema integrado.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP, N° processo: 2013/23700-8) pelo apoio financeiro.

### Referências

- Gaudreault, J., Frayret, J.-M., Rousseau, A., and D Amours, S. (2011). Combined planning and scheduling in a divergent production system with co-production: A case study in the lumber industry. *Computers & Operations Research*, 38(9):1238–1250.
- Kallrath, J., Rebennack, S., Kallrath, J., and Kusche, R. (2014). Solving real-world cutting stock problems in the paper industry: Mathematical approaches, experience and challenges. *European Journal of Operational Research*, 238(1):374 – 389.
- Luche, J. R. D., Morabito, R., and Pureza, V. (2009). Combining process selection and lot sizing models for production scheduling of electrofused grains. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 26(03):421–443.
- Martínez, K. Y. P. and Toso, E. A. V. (2015). Planejamento da produção na indústria de embalagens de polpa moldada. *Gestão & Produção*.
- Shi, L., Jiang, Y., Wang, L., and Huang, D. (2014). Refinery Production Scheduling Involving Operational Transitions of Mode Switching under Predictive Control System. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 53:8155–8170.

# **MODELO PARA APOIO Á TOMADA DE DECISÃO NO DIMENSIONAMENTO DE LOTES EM UMA FÁBRICA DE MÓVEIS**

## **Walter Ribeiro da Rocha Junior**

Instituto Senai de Tecnologia e Inovação em Madeira e Mobiliário  
R. Guaratinga, 2247, Araçongas, PR  
Pós Graduação em Engenharia de Produção. Faculdade de Engenharia, UNESP  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP  
walter.ribeiro82@gmail.com

## **Adriana Cristina Cherri**

Departamento de Matemática - UNESP  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP.  
adriana@fc.unesp.br

## **Silvio Alexandre de Araujo**

Departamento de Matemática Aplicada – DMAP – UNESP, São José do Rio Preto, SP.  
Rua Cristóvão Colombo, 2265, Jardim Nazareth, São José do Rio Preto, SP.  
saraujo@ibilce.unesp.br

## **RESUMO**

Neste trabalho é proposto um modelo matemático para resolver um problema real de dimensionamento de lotes de produção em uma indústria de móveis da região de Araçongas. O problema se caracteriza como multi itens, multi estágios com demanda dinâmica determinística. Testes computacionais foram realizados utilizando um pacote computacional, em que os dados fornecidos pela empresa serviram de entrada para as análises. Resultados preliminares obtidos até o momento, com simulações baseadas em dados reais, foram satisfatórios e, assim como o modelo, serão apresentados no evento.

**PALAVRAS CHAVE: Dimensionamento de lotes, Indústria moveleira, Modelagem Matemática.**

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho: B.2 - Problemas de dimensionamento de lotes e programação da produção em indústrias de papel e móveis.**

## **1. Introdução**

Os sistemas industriais estão constantemente buscando oportunidades de incremento da agilidade e redução de custo e, conseqüentemente, melhores condições de competitividade. Um dos caminhos para este objetivo envolve a dinâmica de planejamento e controle de produção (PCP).

Este departamento busca determinar quais e quantos produtos finais devem ser produzidos em cada um dos períodos do horizonte de planejamento. Seus objetivos principais são atender à demanda no prazo estabelecido, observando a capacidade finita dos recursos, com o menor custo possível. Para tanto, três níveis hierárquicos de planejamento são desdobrados: estratégico de longo prazo, tático de médio prazo e operacional de curto prazo (Tubino, 2007). No nível tático são estabelecidos planos de médio prazo para a produção, obtendo-se PMP (Plano Mestre de Produção), por meio do qual se faz a conexão entre o planejamento estratégico e as atividades operacionais, ou seja, deverá definir quanto e quando comprar, fabricar ou montar cada item necessário à composição dos produtos acabados propostos pelo plano. Na literatura este assunto é referenciado como problema de dimensionamento de lotes (PDL), em que determinada demanda deve ser atendida com um número limitado de recursos, com um

prazo restrito e ao menor custo possível (Araujo et al. 2014).

Os PDL (ou *Lot-Sizing Problem-LSP*) são amplamente estudados na literatura. Harris (1913) propõe um modelo considerando apenas um produto, sem restrição de capacidade, com demanda estacionária, horizonte infinito e períodos de tempos contínuos. Wagner (1966) considera em seu trabalho a demanda dinâmica com horizonte de planejamento finito dividido em vários períodos discretos. Em Trigeiro et al. (1989) é tratado o problema de dimensionamento de lotes, considerando um sistema monoestágio, com capacidade limitada, múltiplos itens, e com os tempos e custos de preparações. Para resolução, foi utilizado um método heurístico baseado em relaxação lagrangiana. Com o objetivo de lidar com as complexidades características dos problemas de dimensionamento de lotes, Mercé e Fontan (2003) consideram o problema de dimensionamento de lotes monoestágio com múltiplos itens, restrições de capacidade e possibilidade de atraso na entrega de itens, além da inserção de restrição de quantidade mínima de peças, bem como, tempos e custos de preparações não nulos. Jans e Degraeve (2004) abordam o problema de dimensionamento de lote monoestágio com múltiplos itens, restrições de capacidade, tempos e custos de preparações não nulos e estoque inicial não nulo. Revisões em PDL podem ser encontradas, por exemplo, em Drexl e Kimms (1997), Jans e Degraeve (2008), Robison, et al. (2009) e Buschkühl et al. (2010), entre outros. Aplicações de problemas de dimensionamento de lotes ao setor moveleiro podem ser encontradas em Gramani e França (2006), Silva et al. (2007), Gramani et al. (2009), Gramani et al. (2011), Santos et al. (2011), Alem e Morabito (2012, 2013) e Vanzela et al. (2013).

Este trabalho tem por objetivo propor um modelo matemático para apoio à tomada de decisão na confecção do PMP em uma indústria de móveis seriados na busca de melhor relação no *trade-off*: custos de estoque x custos de preparação x nível de serviço. Testes computacionais foram realizados com dados fornecidos por uma empresa.

## 2. Detalhamento do problema

O problema abordado neste trabalho trata do planejamento mestre de produção (PMP) em uma indústria de móveis seriados da região de Arapongas-PR. As necessidades da empresa são geradas a partir pedidos firmados por representantes distribuídos em várias regiões do país. O horizonte engloba um período de cinco dias úteis, sendo que a informação é gerada com dois períodos de antecedência e o prazo firmando com o cliente em trinta dias corridos.

Depois de aprovados, os pedidos são agrupados em função da localização geográfica do cliente, sendo este agrupamento o responsável pela definição da data de entrega dos produtos correspondentes da produção para o setor de expedição, quando necessário. Como a estratégia produtiva da organização é orientada para estoque (MTS – *Make to stock*), em paralelo, um levantamento da disponibilidade em estoque por produto demandado é realizado com o apoio do software ERP (*Enterprise Resource Planning*). Uma vez identificadas as necessidades, são definidos quais produtos e em quais quantidades os mesmos devem ser processados.

Neste trabalho propomos um modelo matemático que envolve toda a problemática apresentada pela empresa e descrita nesta seção.

## 3. Considerações sobre o modelo

O PDL estudado envolve a programação de pedidos (Furtado et al. 2011 e Furtado 2012) em um sistema multi itens, multi estágio, de demanda determinística, com horizonte finito, capacitado, com custo de preparo simples, com penalizações de atrasos nos pedidos e custo de estoques.

O modelo matemático proposto tem por objetivo minimizar os custos de produção e as restrições garantem o balanço da produção, possibilidade de atrasos, custos de preparação e capacidade da fábrica. Para resolução do problema, foi proposto um modelo matemático implementado na linguagem de programação AMPL com o solver CPLEX.

#### 4. Conclusões

Neste trabalho foi proposto um modelo matemático de apoio à tomada de decisão na confecção do PMP na rotina diária de uma indústria de móveis seriados. Visitas à planta industrial bem como entrevistas abertas foram realizadas para conhecer o problema e levantamento de dados. O modelo proposto foi implementado na linguagem de modelagem AMPL e resolvido pelo *solver* CPLEX. Resultados preliminares obtidos até o momento, com simulações baseadas em dados reais, foram satisfatórios e, assim como o modelo, serão apresentados no evento.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem o apoio da FAPESP (Processo nº 2014/01203-5), CNPq (Processo nº 477481/2013-2) e SENAI Paraná.

#### Referências

- Alem Junior, D. J.; Morabito, R.** (2012), Production planning in furniture settings via robust optimization. *Computers and Operations Research* 39 (2): 139{150.
- Alem Junior, D. J.; Morabito, R.** (2013), Risk-averse two-stage stochastic programs in furniture plants. *OR Spectrum* 35: 773{806.
- Araujo, S. A.; Rangel, S.** (2014), Matemática Aplicada ao Planejamento da Produção e Logística. São Carlos: [s.n.],. p. 75. ISBN 2236-5915.
- Furtado, M.G.S.; Camargo, V.; Toledo, F.** (2011), Um modelo para o problema de planejamento da produção de pedidos em fundições de pequeno porte. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Ubatuba. p. 1255-1262.
- Furtado, M.G.S.** (2012), Problema de planejamento da produção de pedidos em fundições de pequeno porte. *Dissertação de mestrado*. São Carlos.
- Gramani, M. C. N.; França, P. M.** (2006), The combined cutting stock and lot sizing problem in industrial process. *European Journal of Operational Research* 74 (1): 509{521.
- Gramani, M. C. N.; França, P. M.; Arenales, M.N.** (2009), A Lagrangian relaxation approach to a coupled lot-sizing and cutting stock problem. *International Journal Production Economics* 119: 219-227.
- Gramani, M. C. N.; França, P. M.; Arenales, M. N.** (2011), A linear optimization approach to the combined production planning model. *Journal of the Franklin Institute* 348: 1523{1536.
- Jans, R.; Degraeve, Z.** (2004), Improved lower bounds for the capacitated lot sizing problem with setup times. *Operations Research Letters*, v. 32, n. 11, p. 185-195.
- Jans, R.; Degraeve, Z.** (2008), Modelling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, v. 46, p. 1619-1643.
- Karimi, B., G. S. M. T. F. & W. J. M.** (2003), The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *The International Journal of Management Science*, n. 31, p. 365–378.
- Mercé, C.; Fontan, C.** (2003), MIP-based heuristics for capacitated lotsizing problems. *International Journal of Production Economics*, v. 85, n. 1, p. 97-111.
- Trigeiro, W. W.; Thomas, I. J.; McClain, J.** (1989), Capacitated lot sizing with setup times. *Management Science*, v. 35, n. 3, p. 353-366.
- Santos, S. M. P. G.; Araujo, S. A.; Rangel, S.** (2011), Integrated cutting machine programming and lot sizing in furniture industry. *Pesquisa Operacional para o desenvolvimento* 3: 1{17.
- Silva, C. T. L.; Alem Junior, D. J.; Arenales, M. N.** (2007), A combined cutting stock and lot-sizing problem in the small furniture industry. *International Conference on Operational Research for Development-ICORD VI*.
- Vanzela, M. ; Rangel, S.; Araujo, S. A.** (2013), The Integrated Lot Sizing and Cutting Stock Problem in a Furniture Factory. *In: 11th IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems*, São Paulo. Intelligent Manufacturing Systems, 2013. v. 11. p. 390-395
- Wagner, H. M.** (1966), Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, n. 13, p. 105-119.

# HEURÍSTICAS LAGRANGIANAS PARA O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM MÚLTIPLAS PLANTAS, ITENS E PERÍODOS

**Desiree Maldonado Carvalho**

Universidade Federal de São Paulo - Unifesp

Av. Cesare Mansueto Giulio Lattes, 1201, Eugênio de Mello -São José dos Campos- Brasil  
dmcarvalho@unifesp.br

**Mariá Cristina Vasconcelos Nascimento**

Universidade Federal de São Paulo - Unifesp

Av. Cesare Mansueto Giulio Lattes, 1201, Eugênio de Mello -São José dos Campos- Brasil  
mcv.nascimento@unifesp.br

## RESUMO

Este projeto visa o estudo do problema de dimensionamento de lotes em múltiplas plantas que produzem múltiplos itens. Cada planta possui uma única máquina capaz de produzir todos os itens em um horizonte de planejamento finito e dividido em períodos. Para cada período, as demandas dos itens em uma planta podem ser atendidas por qualquer planta, sem atraso, pois admitimos transferências de lotes entre plantas e estocagem de produção, ambas operações sujeitas a custos. Para a produção dos itens, cada planta dispõe de uma única máquina com tempo e custo de preparação e capacidade limitada. Esse problema, visa definir um planejamento de produção de forma a minimizar os custos totais envolvidos, respeitando as restrições destacadas anteriormente. Para lidar com esse problema propomos duas heurísticas Lagrangiana. Para verificar a qualidade das heurísticas proposta, os resultados obtidos foram comparados aos apresentados na literatura, atestando a superioridade das heurísticas propostas.

**PALAVRAS CHAVE.** Dimensionamento de lotes, Heurística Lagrangiana, *Path-Relinking*.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.1 Problemas de dimensionamento de lotes

### 1. Introdução

Nesse estudo, o objetivo é estudar o problema de dimensionamento de lotes em múltiplas plantas, cada uma delas com um horizonte de planejamento finito e dividido em períodos. Todas as plantas produzem os mesmos itens e suas demandas devem ser atendidas sem atraso. Para a produção dos itens, todas as plantas dispõem de uma máquina sujeita a tempo e custo de preparação e limite de capacidade. Ambos, transferências de lotes entre plantas e estoque de produção são permitidos, sujeitos a um custo. Esse problema, portanto, visa definir um plano de produção com custos totais mínimos, que respeitem as restrições problema. Este é um problema de otimização combinatória e apesar de existir um número considerável de

estudos a seu respeito (Sambasivan and Schimidt, 2002; Sambasivan and Yahya, 2005; Silva, 2013; Nascimento et al., 2010), para um certo conjunto de instâncias geradas artificialmente, encontrar soluções factíveis para o conjunto inteiro ainda é um desafio.

Com o intuito de encontrar melhor soluções para o problema, focamos no estudo do modelo proposto por (Silva, 2013). Esse modelo consiste em uma adaptação de uma formulação matemática apresentada em (Bilde and Krarup, 1977), que é baseada no problema de localização de facilidades. Tendo isso em mente, em nosso trabalho procuramos por um método de solução heurística que supere os resultados obtidos por heurísticas da literatura. Para isso, desenvolvemos uma *math*-heurística hibridizando a relaxação Lagrangiana do modelo proposto em Silva (2013) e uma estratégia de factibilização para resolver o problema original.

Devido às características do problema relaxado resultante, até o momento, não existe na literatura um algoritmo que resolva o problema em tempo polinomial. Portanto, o problema é dividido em  $n$  problemas menores e resolvido com o pacote CPLEX (ILOG, 2013), uma ferramenta de programação inteira conhecida por sua rapidez em encontrar soluções exatas para diversos problemas de otimização combinatória, principalmente, para instâncias de pequena escala.

Para atestar a qualidade das heurísticas propostas, dois conjuntos de instâncias com 480 instâncias de pequena escala e 240 instâncias de larga escala foram gerados de acordo com (Nascimento et al., 2010), os resultados obtidos pelas heurísticas foram comparados com os obtidos na literatura (Sambasivan and Yahya, 2005; Nascimento et al., 2010).

O restante deste resumo está organizado da seguinte forma. Na Seção 2., apresentamos a descrição do modelo de programação inteira mista utilizado para resolver o problema de dimensionamento de lotes. Na Seção 3., descrevemos as heurísticas Lagrangiana propostas para a resolução do PDLMP. A Seção 4. reporta os resultados obtidos pelas heurísticas propostas, comparando-as com resultados presentes na literatura. E por fim, apresentamos as considerações finais, direcionamento de pesquisas futuras e agradecimentos.

## 2. O PDLMP

Neste estudo, lidamos com o problema de dimensionamento de lotes com múltiplas plantas, itens e períodos, por simplicidade de notação, chamaremos o problema de PDLMP. O PDLMP admite que os itens sejam produzidos por qualquer planta em qualquer período e que sejam estocados. Para cada planta a demanda dos itens é previamente determinada e a capacidade de produção das máquinas é limitada de acordo com o período. Além disso, o PDLMP estudado permite a transferência de itens de uma planta para outra. Para melhor compreender o modelo utilizado, primeiro devemos definimos os seguintes parâmetros.

- $i$  = índice que representa os itens,  $i = 1, \dots, n$ ;
- $j$  = índice que representa as plantas,  $j = 1, \dots, m$ ;
- $t$  = índice que representa os períodos,  $t = 1, \dots, p$ ;
- $s_{ij}$  = custo de preparação para a produção do item  $i$  na planta  $j$ ;
- $c_{ij}$  = custo unitário de produção do item  $i$  na planta  $j$ ;
- $h_{ij}$  = custo unitário de estoque do item  $i$  na planta  $j$ ;
- $r_{jk}$  = custo unitário de transporte da planta  $j$  para a planta  $k$ ;
- $d_{ijt}$  = demanda do item  $i$  na planta  $j$  no período  $t$ ;
- $b_{ij}$  = tempo de processamento do item  $i$  na planta  $j$ ;
- $f_{ij}$  = tempo de preparação para produção do item  $i$  na planta  $j$ ;
- $C_{jt}$  = capacidade de produção da planta  $j$  no período  $t$ ;

$$\bar{C}_{ijtku} = \begin{cases} 0, & \text{se } u < t, \\ c_{ij} + r_{jk} + (u - t) \text{Min}\{h_{ij}, h_{ik}\}, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$x_{ijtku}$  = quantidade produzida do item  $i$  na planta  $j$  no período  $t$  para atender a demanda da planta  $k$  no período  $u$  (variável de decisão);

$y_{ijt}$  = variável binária que assume o valor 1 se o item  $i$  for produzido na planta  $j$  no período  $t$  e 0 caso contrário (variável de decisão);

No estudo de limitantes inferiores resultantes da relaxação linear do modelo clássico para resolver o PDLMP de Sambasivan and Schimidt (2002) para certas instâncias, algumas remodelagens do PDLMP foram propostas (Eppen and Martin, 1987; Silva, 2013), obtendo melhores resultados para certas instâncias. A descrição do modelo de (Silva, 2013) é apresentada a seguir.

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^p \sum_{k=1}^m \sum_{u=1}^p (\bar{C}_{ijtku} x_{ijtku}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^p (s_{ij} y_{ijt})$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^u x_{ijtku} = d_{iku} \quad \forall (i, k, u) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \left( f_{ij} y_{ijt} + \sum_{k=1}^m \sum_{u=t}^p b_{ij} x_{ijtku} \right) \leq C_{jt} \quad \forall (j, t) \quad (2)$$

$$x_{ijtku} \leq \text{Min} \left\{ d_{iku}; \left\lfloor \frac{C_{jt} - f_{ij}}{b_{ij}} \right\rfloor \right\} y_{ijt} \quad \forall (i, j, t, k, u) \quad (3)$$

$$x_{ijtku} \geq 0 \quad \forall (i, j, t, k, u) \quad (4)$$

$$y_{ijt} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j, t) \quad (5)$$

$$(6)$$

Essa modelagem permite que as variáveis de estoque utilizadas no modelo clássico de Sambasivan and Schimidt (2002) sejam desconsideradas. Além disso, os custos de produção, de estoque e de transferências podem ser associados à uma única variável, aqui denotada por  $\bar{C}_{ijtku}$ . Isso é possível, uma vez que a variável  $x_{ijtku}$  nos informa implicitamente o intervalo de tempo em que os itens permanecerão estocados ( $u - t$ ) na planta com menor custo de estocagem (caso haja transferências, ou seja, quando  $j \neq k$ ).

A função objetivo, visa encontrar uma solução com os menores custos de produção, de preparação, de estocagem e de transferência entre plantas de forma a atender todas as restrições do PDLMP. As restrições (1), garantem que as demandas de todas as plantas sejam atendidas. As restrições (2), têm como função principal garantir que a capacidade de produção de toda planta em qualquer dos períodos não seja excedida. As restrições (3), definem a quantidade máxima de produção em uma planta  $j$  no período  $t$  para atender a demanda do item  $i$  de uma planta  $k$  no período  $u$ . E, por fim, as restrições (4) e (5) definem, respectivamente, o domínio ao qual as variáveis de decisão  $x_{ijtku}$  e  $y_{ijt}$  pertencem.

Apesar desse modelo apresentar um elevado número de variáveis de decisão e no número de restrições, ele garante um melhor limitante inferior em sua modelagem (Silva, 2013), quando comparado com o do modelo de Sambasivan and Schimidt (2002) para as instâncias de Nascimento et al. (2010). Isso se deve, principalmente, ao fato das variáveis binárias  $y_{ijt}$  receberem um limitante inferior superior às mesmas variáveis no modelo de Sambasivan and Schimidt (2002).

Neste estudo, para encontrar melhores soluções heurísticas para o PDLMP, focamos no estudo do modelo proposto por Silva and Toledo (2012); Silva (2013). Essa modelagem consiste na adaptação do modelo de Sambasivan and Schmidt (2002) baseando-se em ideias de Bilde and Krarup (1977), os quais tratam o problema de localização de facilidades. Tendo isso em vista, neste resumo, buscamos analisar as soluções obtidas pela relaxação Lagrangiana do modelo proposto por Silva (2013) ao resolver o PDLMP por meio de uma heurística Lagrangiana. Uma breve descrição das heurísticas utilizadas para resolver o PDLMP são apresentadas na próxima seção.

### 3. Heurística Lagrangiana

Nesta seção, apresentamos as heurísticas propostas para encontrar uma solução para o PDLMP utilizando o modelo proposto em Silva (2013). Ambas heurísticas consistem no método do subgradiente, cujos limitantes inferiores são obtidos por meio da relaxação Lagrangiana do problema e os limitantes superiores são resultantes de uma estratégia baseada na adaptação de duas heurísticas de factibilização propostas por Toledo (1998) e Nascimento et al. (2010). As heurísticas propostas diferem apenas na utilização de um método de intensificação e diversificação, conhecido como *path-relinking*.

Para obter uma solução para o PDLMP, o método do subgradiente, iterativamente, caminha em direção à solução ótima atualizando os limitantes inferiores e superiores encontrados pelo método. Para obter os limitantes inferiores  $Z_{LI}$ , subdividimos o modelo de Silva (2013) relaxado, ou seja, sem as restrições de capacidade, por item e resolvemos os respectivos  $n$  subproblemas relaxados por meio do pacote comercial CPLEX. Se a solução do problema relaxado é factível para o problema inteiro, então atualizamos nosso limitante superior, aqui denotado por  $Z_{sup}$ . Caso contrário, realizamos um processo de factibilização para encontrar uma solução factível para o problema inteiro.

A factibilização consiste na composição de duas heurísticas. A primeira heurística, proposta por Nascimento et al. (2010), utiliza uma busca local, em que a vizinhança é definida por movimentos de transferências de lotes de produção entre períodos. Esses movimentos foram inspirados em ideias extraídas de Gopalakrishnan et al. (2001) e contam com uma adaptação para atender o problema com múltiplas plantas. Basicamente, a heurística possui dois tipos de movimento, que irão depender do período em que as transferências ocorrem e do custo mínimo necessário para efetuá-las. A segunda heurística, baseada nas ideias de Toledo (1998), que só terá influência caso a primeira não resolva a infactibilidade, é composta por duas fases. Uma para transferir todo o excesso de capacidade de um período  $t$ ,  $1 < t \leq p$ , para um período  $u$  menor que  $t$ . E uma segunda fase, que realiza o movimento contrário, caso a primeira fase não factibilize a solução.

Se a factibilização for capaz de encontrar uma solução factível para o problema, na segunda heurística proposta aplicamos o *path-relinking* para a intensificação e diversificação da solução. Dada mais de duas soluções, o *path-relinking* tem como objetivo encontrar uma nova solução combinando duas soluções escolhidas aleatoriamente de um conjunto de soluções factíveis encontradas até o momento.

Se o limitante inferior é igual ao superior interrompemos o método do subgradiente, pois a solução encontrada é ótima. Porém, se a solução não é ótima, realizamos a atualização dos parâmetros do subgradiente.

O método do subgradiente é realizado até que  $Z_{sup}$  seja igual a  $Z_{LI}$  ou enquanto as condições de parada não são satisfeitas. Na seção seguinte apresentamos os resultados obtidos pela heurística Lagrangiana proposta.

## 4. Experimentos Computacionais

Para verificar a qualidade dos resultados obtidos pelas heurísticas Lagrangiana, descrita nas seções 3., realizamos 2 experimentos. O primeiro tem como objetivo analisar a eficiência das heurísticas propostas quando comparadas com o *software* de otimização ILOG (2013). Já no segundo, os resultados das heurísticas propostas são comparadas aos obtidos por heurísticas presentes na literatura. Os testes computacionais foram realizados em um Ubuntu 12.04, Intel Core i5, CPU 750, 2.67GHz e 3.8 de memória.

Para os experimentos, utilizamos um conjunto de instâncias proposto por Nascimento et al. (2010) e um novo conjunto gerado da mesma forma. O primeiro conjunto é composto por 480 instâncias que são divididas em 8 tipos de classe. As classes podem ser identificadas da seguinte maneira, capacidade disponível para produção que pode ser apertada (A) ou normal (N), custo de preparação alto (A) ou baixo (B) e tempo de preparação alto (A) ou baixo (B). Sendo assim, uma classe de instâncias do tipo AAA corresponde às instâncias com capacidade disponível apertada, custo de preparação alto e tempo de preparação alto. Além disso, temos que cada instância corresponde a um problema com 12 períodos, 2, 4 ou 6 plantas e 6, 12, 25 ou 50 itens. Para cada combinação foram gerados 5 problemas, totalizando 60 instâncias para cada classe de instâncias. O segundo conjunto de instâncias é composto por 240 instâncias, também divididas em 8 tipos de classes. Cada instâncias possui 12 períodos, 15 ou 20 plantas, 70, 80 ou 90 itens. Para cada combinação foram gerados 5 problemas, totalizando 30 instâncias para cada classe de instâncias.

Executamos o método do subgradiente com um máximo de 200 iterações. Nas seções seguintes, apresentamos a análise das heurísticas Lagrangiana propostas quando comparadas com o CPLEX e a heurística GRASP com *path-relinking*, proposta por Nascimento et al. (2010), para resolver esses conjuntos de instâncias.

### 4.1. Experimento I

O primeiro experimento, com o objetivo de verificar a eficiência dos métodos propostos em relação ao CPLEX mostrou que as heurísticas propostas são competitivas com o CPLEX para as instâncias de pequena escala obtendo *gap* médio das soluções melhor em 3 das 8 classes. Além disso, para instâncias de larga escala foi possível observar que os métodos propostos foram superiores ao CPLEX obtendo maior *gap* médio de 3%, enquanto o *gap* mínimo do CPLEX foi aproximadamente 28%. Além disso, o CPLEX não foi capaz de encontrar uma solução factível para todo o conjunto de instâncias de larga escala.

### 4.2. Experimento II

Para atestar a eficiência das heurísticas propostas em relação a heurística GRASP\_PR de Nascimento et al. (2010), analisamos para as instâncias que ambos os métodos foram capazes de encontrar uma solução o *gap* médio das soluções e tempo médio necessário para encontrar a melhor solução. Como resultado, observamos que tanto para as instâncias de pequena e larga escala as heurísticas propostas foram superiores à heurística estado-da-arte. Além disso, a heurística GRASP\_PR não conseguiu obter uma solução factível para todas as instâncias dos dois conjuntos de instâncias.

## Conclusões e perspectivas futuras

Neste estudo, nosso objetivo foi apresentar duas heurísticas capazes de resolver, eficientemente, o problema de dimensionamento de lotes com múltiplas plantas, múltiplos itens,

múltiplos períodos, transferências e restrições de capacidade. Para isso, utilizamos o modelo de dimensionamento de lotes, baseado na ideia de localização de facilidade, proposto por Silva (2013). A primeira heurística proposta, consiste no método do subgradiente, que encontra os limitantes inferiores por meio das soluções obtidas pela relaxação Lagrangiana do problema, e na composição de duas heurísticas de factibilização (Toledo, 1998; Nascimento et al., 2010) para determinar os limitantes superiores do método. A segunda heurística, consiste na primeira heurística com a adição de um método de intensificação e diversificação da solução, conhecido como *path-relinking*.

Para verificar a qualidade das heurísticas propostas realizamos duas comparações. A primeira, com o objetivo de verificar a eficiência do método em relação à um *software* de otimização, nos mostrou que apesar da heurística não superar os resultados do *software* para instâncias de pequena escala, quando analisadas instâncias de larga escala ambas as heurísticas se mostraram superiores ao *software*. Já na segunda comparação, além de mostrar que a heurística superar, em média, os resultados obtidos pelo estado-da-arte (Nascimento et al., 2010) também podemos verificar a eficiência da estratégia de factibilização, capaz de encontrar soluções factíveis para todas as instâncias geradas.

Em trabalhos futuros, pretendemos encontrar uma maneira eficiente para resolver a relaxação Lagrangiana do modelo proposto por Silva (2013) para que não seja necessária a utilização de um pacote comercial no método de resolução.

**Agradecimentos:** Para o desenvolvimento dessa pesquisa, contamos com o financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

## Referências

- Bilde, O. and Krarup, J.** (1977). Sharp lower bounds and efficient algorithms for the simple plant location problem. *Annals of Discrete Mathematics 1*, 79–97.
- Eppen, G. D. and Martin, R. K.** (1987). Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable redefinition. *Operations Research 35*(6), 832–848.
- Gopalakrishnan, M., Ding, K., Bourjolly, J. M. and Mohan, S.** (2001). A tabu-search heuristic for the capacitated lot-sizing problem with set-up carryover. *Management Science 47*, 851–863.
- ILOG** (2013). *CPLEX 12.6 Reference Manual*. ILOG: France. v. 12.6.
- Nascimento, M. C. V., Resende, M. C. G. and Toledo, F. M. B.** (2010). GRASP with path-relinking for the multi-plant capacitated lot sizing problem. *European Journal of Operational Research 200*, 747–754.
- Sambasivan, M. and Schmidt, C. P.** (2002). A heuristic procedure for solving multi-plant, multi-item, multi-period capacitated lot-sizing problems. *Asia Pacific Journal of Operational Research 19*, 87–105.
- Sambasivan, M. and Yahya, S.** (2005). A lagrangean-based heuristic for multi-plant, multi-item, multi-period capacitated lot-sizing problems with inter-plant transfers. *Computers and Operations Research 32*, 537–555.
- Silva, D. H.** (2013). Métodos híbridos para o problema de dimensionamento de lotes com múltiplas plantas. Master's thesis, Universidade de São Paulo - São Carlos.

- Silva, D. H. and Toledo, F. M. B.** (2012). Dimensionamento de lotes com múltiplas plantas: comparação entre dois modelo. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 1638–1646.
- Toledo, F. M. B.** (1998). *Dimensionamento de lotes em máquinas paralelas*. Ph. D. thesis, DENNIS-UNICAMP.

**Sessão 3 - Apresentações orais: coordenadora Mariá C. Vasconcelos Nascimento.**

Um modelo integrado para o dimensionamento de lotes com aquisição de matérias-primas.

Artur Lovato Cunha, Maristela Oliveira Santos, Reinaldo Morabito Neto.

Modelo matemático e heurística para instalação de novo forno no planejamento da produção na indústria de recipientes de vidro.

Flaviana Moreira de Souza Amorim, Márcio da Silva Arantes, Claudio Fabiano Motta Toledo, Bernardo Almada-Lobo.

Resolução do problema da programação da produção de bebidas de frutas: uma heurística baseada em modelo.

Alyne Toscano, Deisemara Ferreira, Reinaldo Morabito Neto.

Um estudo computacional do problema de maximização do número de tarefas just-in-time em no-wait flow shop.

Hélio Yochihiro Fuchigami, Socorro Rangel.

# UM MODELO INTEGRADO PARA O DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM AQUISIÇÃO DE MATÉRIAS-PRIMAS

**Artur Lovato Cunha**

Universidade de São Paulo - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13560-970, São Carlos-SP, Brasil  
arturlc@icmc.usp.br

**Maristela Oliveira Santos**

Universidade de São Paulo - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13560-970, São Carlos-SP, Brasil  
mari@icmc.usp.br

**Reinaldo Morabito**

Universidade Federal de São Carlos - Departamento de Engenharia de Produção  
Rodovia Washington Luís, km 235 - SP-310, 13565-905, São Carlos-SP, Brasil  
morabito@ufscar.br

**Ana Barbosa-Póvoa**

Universidade de Lisboa - Instituto Superior Técnico  
Av. Rovisco Pais, 1, 1049-001, Lisboa, Portugal  
apovoa@tecnico.ulisboa.pt

## RESUMO

Neste artigo é discutida a integração do problema de dimensionamento de lotes (CLSP) com o problema de aquisição de matérias-primas. O CLSP clássico não leva em consideração matérias-primas disponíveis nem os descontos oferecidos pelos fornecedores. Essas características podem ser integradas ao modelo CLSP para auxiliar a obtenção de planos de produção financeiramente mais eficientes do que os obtidos através do modelo CLSP clássico e do modelo de aquisição de matérias-primas desacoplados.

**PALAVRAS CHAVE.** Aquisição de matérias-primas, dimensionamento de lotes, problemas integrados e programação inteira mista.

## 1. Introdução

Atualmente, as empresas têm enfrentado um cenário de alta competitividade, caracterizado pelas baixas margens de lucro, alta expectativas de qualidade dos produtos e curtos prazos de entrega (Crama et al., 2004). Sendo assim, a busca constante por processos mais eficientes em todos os seus setores torna-se cada vez mais importante para a consolidação das empresas.

Uma das principais atividades do gerenciamento da produção é o dimensionamento de lotes. O problema do dimensionamento de lotes com restrições de capacidade (*capacitated lot sizing problem* - CLSP) clássico consiste em determinar a quantidade dos produtos a serem produzidas em cada período para satisfazer a demanda de cada produto, minimizando os custos envolvidos. A produção consome capacidade das máquinas, as quais possuem restrições de capacidade em cada período do horizonte de planejamento. A função objetivo geralmente apresenta custos de preparação de máquinas (*setup*) e de estoque, podendo conter também custos associados aos processos produtivos (Karimi et al., 2003).

Diversas extensões foram propostas para o problema CLSP, tais como: estrutura de produtos com múltiplos níveis, deterioração, estruturas de *setup*, escassez de estoque (atraso na produção ou perda da demanda), propagação do *setup*, sequenciamento, máquinas paralelas, entre outras (Karimi et al., 2003; Quadt e Kuhn, 2008). Entretanto, apesar de ser fortemente influenciado pela disponibilidade de matérias-primas ou componentes utilizados pelos processos produtivos, o CLSP ainda carece de estudos que incluam explicitamente essa característica, o que pode contribuir para uma melhor integração entre o planejamento da produção e a compra.

A compra das matérias-primas ou dos componentes constituem um grande percentual das despesas empresariais. Para a maioria das empresas dos EUA, de 40 a 60% dos custos finais dos produtos são oriundos das despesas de aquisição (Weber et al., 1991). Associado ao problema de compra encontram-se outros problemas, como o de seleção de fornecedores e o de desconto de preços.

Para o problema de seleção de fornecedores é necessário avaliar diversos critérios quantitativos e qualitativos, muitas vezes conflitantes entre si. Já na década de 60, Dickson (1966) listou 23 critérios de avaliação e seleção de fornecedores, dos quais muitos podem ser relacionados às decisões de nível estratégico ou tático, como capacidade produtiva, localização geográfica, capacidade técnica, reputação no mercado, entre outros. Entretanto, é plausível assumir que as empresas possuam um subconjunto de fornecedores pré-selecionados capazes de satisfazer seus critérios de qualidade e entrega (Crama et al., 2004). Portanto, a partir desse conjunto de fornecedores seria possível restringir a seleção ao critério de preço de compra dos ingredientes.

No ambiente tradicional de produção, grandes pedidos favorecem a redução de custos de manufatura, principalmente quando custos elevados de preparação de máquinas estão envolvidos. Por outro lado, pedidos muito grandes resultam em altos custos de estocagem para os clientes. Por esse motivo, os fornecedores buscam compensar os compradores por essa despesa extra de estocagem oferecendo-os descontos atrativos para induzi-los a aumentarem o tamanho de seus pedidos (Sadrian e Yoon, 1992), o que dificulta ainda mais o problema de seleção de fornecedor.

No entanto, essas oportunidades oferecidas pelos fornecedores muitas vezes não são bem aproveitadas pelas empresas. Isso acontece pois as decisões de planejamento da produção e de aquisição de matérias-primas costumam ser tomadas em momentos distintos. Em geral, as decisões de planejamento da produção precedem as decisões de aquisição de matérias-

primas, o que restringe as possibilidades de explorar os descontos oferecidos pelos fornecedores.

Nesse artigo, nós exploramos a integração do problema de dimensionamento de lotes com um problema de aquisição de matérias-primas. Apesar da provável perda de qualidade da solução do dimensionamento de lotes, as economias proporcionadas pela aquisição eficiente de matérias-primas tendem a tornar esse modelo integrado economicamente atrativo.

## 2. O Problema Integrado

A integração da aquisição de matérias-primas com o planejamento da produção foi indicado em Crama et al. (2004) como uma possibilidade de minimização dos custos produtivos de forma geral. Essa integração teria importância ainda maior em problemas da indústria química ou outros ambientes em que a produção de um mesmo produto pode apresentar várias receitas ou processos produtivos distintos entre si. Assim, a escolha das receitas pode levar em consideração o custo das matérias-primas e eventuais descontos, direcionando o planejamento de forma consciente.

Em Cunha (2013) foi estudado um problema de planejamento da produção, baseado na indústria química, com produção por batelada, restrições de capacidade produtiva e de estoque de produtos intermediários, múltiplos períodos e múltiplas receitas para um mesmo produto, porém sem considerar o problema de aquisição de matérias-primas. Por outro lado, Crama et al. (2004) considera um problema de aquisição de matérias-primas com múltiplos fornecedores, em que são oferecidos níveis de desconto de acordo com o volume de negócio dos pedidos, mas sendo considerado apenas um único período com capacidade produtiva ilimitada e sem estoque.

O problema integrado, proposto nesse trabalho, considerou o planejamento da produção apresentado em Cunha (2013) e o problema de aquisição de matérias-primas proposto em Crama et al. (2004). Com isso, o planejamento da produção passa a levar em consideração a disponibilidade das matérias-primas, as quais serão adquiridas buscando maximizar os descontos através do agrupamento dos pedidos, desde que os custos de estoque não sejam excessivamente grandes.

## Conclusões

Este trabalho apresenta uma proposta de integração do problema de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade e do problema de aquisição de matérias-primas. Essa integração foi motivada pela limitação dos modelos CLSP, do ponto de vista do planejamento da produção, que não consideram a disponibilidade das matérias-primas nem oportunidades de negócio relacionadas aos seus custos e descontos.

O modelo proposto neste trabalho foi implementado no pacote de otimização CPLEX 12.6 e para sua resolução foi utilizada a abordagem baseada em formulação matemática: *relax-and-fix*. Os resultados preliminares indicaram que a abordagem integrada é capaz de encontrar soluções de melhor qualidade do que as encontradas através dos modelos CLSP e de aquisição de matérias-primas, de forma desacoplada. Com relação às soluções ótimas, o modelo integrado é financeiramente melhor ou igual ao modelo de aquisição de matérias-primas com parâmetros de entrada fornecidos pelo modelo CLSP. Isso deve-se ao fato de todas as soluções factíveis do modelo CLSP também estarem presentes no modelo integrado, o qual ainda considera os melhores períodos para disponibilizar matérias-primas para a produção.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem às seguintes agências de fomento pelos suportes financeiros: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

## **Referências**

**Crama, Y., Pascual, R. e Torres, A.** (2004), Optimal procurement decisions in the presence of total quantity discounts and alternative product recipes, *European Journal of Operational Research*, 159, 364-378.

**Cunha, A.L.** (2013), Métodos heurísticos para um problema de planejamento da produção da indústria química, Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Carlos ([www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-17102013-160541](http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-17102013-160541)).

**Dickson, G.W.** (1966), An analysis of vendor selection systems and decisions, *Journal of purchasing*, 2, 5-17.

**Karimi, B., Fatemi Ghomi, S.M.T. e Wilson, J.M.** (2003), The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms, *Omega*, 31, 365 - 378 (2003).

**Quadt, D. e Kuhn, H.** (2008), Capacitated lot-sizing with extensions: a review, *4OR*, 6, 61-83.

**Sadriani, A.A. e Yoon, Y.S.** (1992), Business volume discount: A new perspective on discount pricing strategy, *International Journal of Purchasing and Materials Management*, 28, 43-46.

**Weber, C.A., Current, J.R. e Benton, W.C.** (1991), Vendor selection criteria and methods, *European Journal of Operational Research*, 50, 2-18.

# MODELO MATEMÁTICO E HEURÍSTICA PARA INSTALAÇÃO DE NOVO FORNO NO PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO NA INDÚSTRIA DE RECIPIENTES DE VIDRO

**Flaviana Moreira de Souza Amorim**

**Márcio da Silva Arantes**

**Claudio Fabiano Motta Toledo**

Universidade de São Paulo (USP)

Instituto de Ciências Matemática e de Computação (ICMC)

13566-590 – São Carlos, SP – Brasil

joflaviana@yahoo.com.br

marcio@icmc.usp.br

claudio@icmc.usp.br

**Bernardo Almada-Lobo**

Institute for Systems and Computer Engineering of Porto

INESC-TEC, 4200-465 – Porto – Portugal

almada.lobo@fe.up.pt

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma modelagem matemática para o problema de planejamento da produção na instalação de novo forno na indústria de fabricação de recipientes de vidro. O processo de fabricação neste tipo de indústria apresenta duas fases. Na primeira fase a fusão do vidro nos fornos é realizada e na segunda fase ocorre a produção dos recipientes nas máquinas de moldagem. A configuração adequada para cada máquina ligada ao novo forno é uma decisão a ser tomada. Instâncias foram geradas baseadas em dados fornecidos por uma indústria do setor de recipientes de vidro. Uma heurística do tipo *Fix-and-Optimize* que melhora a solução obtida por uma heurística *Relax-and-Fix* é proposta. Os resultados obtidos indicam que a heurística proposta é promissora na resolução das instâncias.

**PALAVRAS CHAVE.** Modelagem Matemática, Planejamento da Produção, Heurística.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.6 Problemas de programação da produção

## 1. Introdução

O presente trabalho estuda o problema de produção de recipientes de vidro na instalação de um novo forno (PPRVINF). O processo de produção neste tipo de indústria é composto por duas principais fases. Na primeira fase, ocorre a fusão dos componentes que constituem o vidro como areia, barrilha, calcário, óxidos e cacos recicláveis nos fornos. Enquanto a formação dos produtos finais (recipientes) pelas máquinas de moldagem acontece na segunda fase. Atualmente, o planejamento da produção consegue refletir as possíveis especificidades dos processos industriais e tornando-se cada vez mais sofisticado e capaz de permitir maior flexibilidade nas operações de produção como apresentado em Jans (2009). A principal contribuição deste trabalho é a proposição de uma formulação matemática baseada em modelo

de programação inteira mista, capaz de descrever o planejamento da produção na instalação de novo forno. A segunda contribuição dada pelo modelo proposto, está na determinação da flexibilidade de configuração ideal para as máquinas durante todo o planejamento. A terceira contribuição está na definição de um conjunto de instâncias de pequeno porte geradas a partir de dados fornecidos por uma indústria de recipientes de vidro localizada em Portugal. Tais instâncias poderão ser utilizadas para avaliar novos modelos ou métodos propostos para o mesmo problema. Por último, uma heurística FO é proposta para solucionar o PPRVINF. O presente trabalho está estruturado como descrito a seguir. A seção 2. apresenta uma breve revisão de trabalhos relacionados ao problema estudado. Detalhes sobre o problema estudado são apresentadas na seção 3. A modelagem proposta para o PPRVINF é introduzida na seção 4. Os métodos propostos para este problema são descritos na seção 5. e os resultados computacionais obtidos são avaliados na seção 6. As considerações finais seguem na seção 7.

## 2. Trabalhos Relacionados

Existem várias revisões na literatura sobre os problemas de dimensionamento de lotes e planejamento da produção como Drexl e Kimms (1997) e Karimi *et al.* (2003). Uma revisão de modelos propostos para o problema de dimensionamento de lote é apresentado em Jans (2009), enquanto outra revisão considerando meta-heurísticas aplicadas a problemas de dimensionamento de lotes pode ser encontrada em Jans e Degraeve (2007). A combinação entre métodos exatos, heurísticos e meta-heurísticos tem sido uma abordagem empregadas em diversos estudos para resolução de problemas. Por exemplo, uma revisão sobre heurísticas baseadas em programação matemática é apresentado em Ball (2011).

O método construtivo *Relax-and-Fix* (RF) resolve uma sequência parcialmente relaxada (Pochet e Wolsey, 2006). Araújo *et al.* (2008) aplica a heurística RF para resolver um problema de dimensionamento de lotes na indústria de fundição. Uma abordagem semelhante é aplicado por Toso e Morabito (2009) e Clark *et al.* (2010) para um problema de dimensionamento de lotes na indústria de nutrição animal. Ferreira *et al.* (2009) e Ferreira *et al.* (2012) também aplica tal técnica na resolução de um problema de produção na indústria de bebidas. Estratégias de fixação do valor encontrado para uma ou várias variáveis, a fim de se reotimizar um problema reduzido vem sendo empregadas, tais como *Relax-and-Fix* em Beraldi *et al.* (2008), *Fix-and-Optimize* por Sahling *et al.* (2009) e *Hamming* apresentada em Camargo *et al.* (2014).

A heurística *Fix-and-Optimize* (FO) é um método de melhoria iterativa (Pochet e Wolsey, 2006). Esta abordagem foi aplicada por Sahling *et al.* (2009) e Helber e Sahling (2010) para resolver variantes do problema multiestágio de dimensionamento de lotes e planejamento da produção. Toledo *et al.* (2013a) combinam FO e algoritmo genético em uma meta-heurística híbrida para solucionar o problema multiestágio de dimensionamento de lotes. No contexto de problemas de dimensionamento de lotes na indústria de recipientes de vidro, Almada-Lobo *et al.* (2008) trata um sistema de produção com múltiplas instalações. Em Almada-Lobo *et al.* (2010) e Toledo *et al.* (2013b) modelaram e propuseram métodos para planejamento da produção no curto prazo em uma única planta industrial com um único forno. O presente trabalho introduz um modelo que considera a instalação de um novo forno em uma única planta, mas com várias máquinas.

### 3. Problema de Produção de Recipientes de Vidro na Instalação de Novo Forno (PPR-VINF)

Indústrias que fabricam embalagens de vidro costumam possuir várias plantas produtivas, nas quais cada uma delas pode apresentar um número diferente de fornos com capacidade de produção variada. A Figura 1 ilustra um forno ligado a três máquinas, em que estas podem possuir diferentes configurações. Este trabalho considera a instalação de um forno em uma única planta produtiva e avalia decisões relacionadas à configuração das máquinas bem como dimensionamento de lotes dos produtos finais.

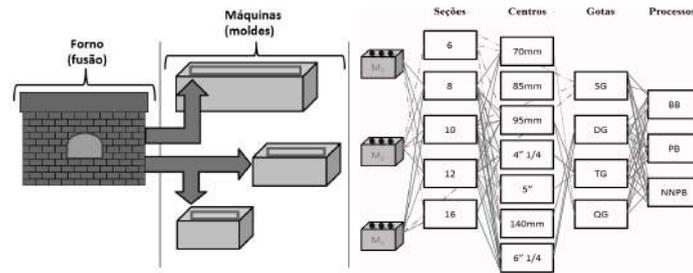


Figura 1: Flexibilidade de configuração das máquinas.

Uma máquina só é conectada a um único forno a partir do qual a pasta de vidro será recebida. Um forno, por outro lado, pode alimentar simultaneamente várias máquinas conectadas a ele. As configurações das máquinas interligadas a um novo forno precisam ser definidas de acordo com a demanda do processo produtivo.

### 4. Modelo Matemático

Esta seção apresenta o modelo matemático proposto para solução do PPRVINF. Tal modelo caracteriza a inserção de um novo forno, em uma fábrica de embalagem na indústria de vidro. Os parâmetros e variáveis presentes no modelo proposto são identificadas a seguir.

#### Parâmetros e Variáveis:

$m$ : Máquinas possíveis de instalação ( $m = 1, \dots, M$ ).

$p$ : Produtos a serem fabricados ( $p = 1, \dots, P$ ).

$t$ : Horizonte de tempo anual ( $t = 1, \dots, T$ ).

$NS_m$ : Número de seções por máquina  $m$ .

$TG_m$ : Tipo de gota por máquina  $m$ .

$AC_{pm}$ : Aceitação do produto  $p$  na máquina  $m$ .

$C_m$ : Custo de instalação da máquina  $m$ . (\$)

$D_{pt}$ : Demanda esperada do produto  $p$  no ano  $t$ . (ton.)

$W_p$ : Peso do produto  $p$ . (ton.)

$R_p$ : Rendimento por cavidade do produto  $p$ . (ton./ano)

$M_a$ : Quantidade máxima de máquinas que podem ser ligadas no novo forno.

$CF$ : Custo por tonelada de fusão do novo forno. (\$/ton.)

$E_m$ : Eficiência da máquina  $m$ .

#### Variáveis:

$KF$ : Capacidade de fusão necessária para o novo forno. (ton.)

$Q_{pmt}$ : Quantidade esperada de produção do produto  $p$  na máquina  $m$  no período  $t$ . (ton.)

$F_{pmt}$ : Tempo gasto no período  $t$  no qual a máquina  $m$  ficou dedicada na produção do produto  $p$ . (anos)

$Y_m$ : 1 se a máquina  $m$  é instalada, 0 caso contrário.

#### Formulação:

$$\text{Min}f(KF, Y_1, \dots, Y_m) = CF * KF + \sum_{m=1}^M C_m \cdot Y_m \quad (1)$$

Sujeita a:

$$\sum_{m=1}^M Y_m \leq M \quad \forall m \quad (2)$$

$$F_{pmt} \leq Y_m \quad \forall(p, m, t) \quad (3)$$

$$F_{pmt} \leq AC_{pm} \quad \forall(p, m, t) \quad (4)$$

$$\sum_p F_{pmt} = Y_m \quad \forall(m, t) \quad (5)$$

$$Q_{pmt} = F_{pmt} \cdot (R_p \cdot W_p \cdot NS_m \cdot TG_m \cdot E_m) \quad \forall(p, m, t) \quad (6)$$

$$\sum_{s=1}^t \sum_m Q_{pmt} \geq \sum_{s=1}^t D_{ps} \quad \forall(p, t) \quad (7)$$

$$\sum_p \sum_m Q_{pmt} \leq KF \quad \forall(p, t) \quad (8)$$

$$KF, Q_{pmt}, F_{pmt} \geq 0 \quad (9)$$

$$Y_m \in \{0, 1\} \quad (10)$$

A função objetivo minimiza o custo de capacidade de fusão do forno e o custo de instalações de máquinas (1). A restrição (2) representa o limite de máquinas que podem ser instaladas no forno. A restrição (3) permite produção do produto  $p$  apenas se a máquina  $m$  for instalada. A restrição (4) permite produção apenas se o produto  $p$  é aceito na máquina  $m$ . A restrição (5) representa o tempo em ano de *setup* que é distribuído entre os produtos em cada ano  $t$  e máquina  $m$ . A restrição (6) apresenta o cálculo de produção. A restrição (7) garante o atendimento da demanda. A restrição (8) garante que a capacidade do forno e das máquinas em conjunto devem atender a demanda. As restrições (9) e (10) apresentam os respectivos domínios das variáveis de decisão.

## 5. Métodos de Resolução

O método *Fix-and-Optimize* é uma heurística de melhoria, ou seja, parte de uma solução inicialmente estabelecida e tenta melhorá-la. O método também reduz o número de variáveis binárias do problema, utilizando uma partição iterativa. O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo da FO implementada para solucionar do PPRVINF. A solução inicial é dada pela heurística construtiva baseada no método *Relax-and-Fix* (RF) que passa agora a ser melhorada pelo FO proposto.

---

### Algoritmo 1: PROCEDIMENTO DO *Fix-and-Optimize*

---

**Entrada:** SoluçãoViávelRF: binária;

**Saída:** Limitantes, Tempo: Real;

```

1 início
2   para cada partição faça
3     AlterarSoluçãoViável ( $Y_m$ );
4     ResolverModelo;
5     se SoluçãoAtual < SoluçãoViável então
6       FixarModificada ( $Y_m$ );
7     fim
8   senão
9     DescartarSoluçãoAtual;
10  fim
11 fim
12 fim
13 retorna: Limitantes (Superior, Inferior), Tempo (Mínimo, Máximo);

```

---

## 6. Resultados Computacionais

As instâncias avaliadas foram obtidas com uso de um gerador aleatório. Assim, as instâncias de entrada foram obtidas com base nos dados de uma indústria de recipientes de vidro situada em Portugal. Dois grupos de instâncias foram elaborados: *Small-factory-machine* (SFM) e *Small-horizon-time* (SHT). Um total de cinco subgrupos de instâncias foram criados para cada caso, onde cada subgrupo contém 10 instâncias.

A formulação do modelo inteiro misto proposto foi codificada na linguagem C/C++ usando a *interface* OPL do pacote IBM ILOG CPLEX 12.6. A *interface* OPL e o *solver* CPLEX também foram utilizados, respectivamente, na codificação da heurística e resolução dos submodelos gerados. Os métodos apresentados neste artigo foram testados em um total de 100 instâncias, 50 instâncias com as características SFM e 50 com as características SHT. O tempo limite foi de uma hora para execução de cada método. Todos os testes foram realizados em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i7, 2,67 GHz e 18,099 GB RAM, e sistema operacional Linux (versão 3.2.0-4-amd64/Debian 4.6.3-14). A resolução de instâncias a partir do modelo proposto, usando o *solver* CPLEX, permitiu a obtenção de algumas soluções ótimas como pode ser observado na Figura 2.

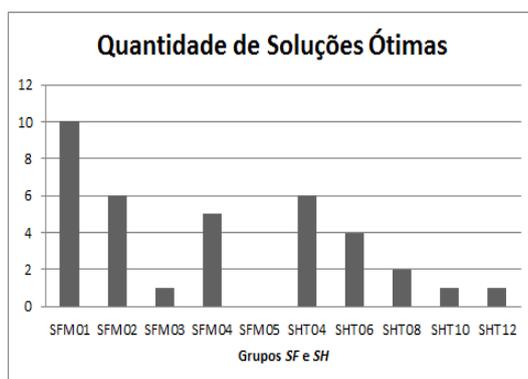


Figura 2: Número de soluções ótimas utilizando o modelo proposto.

Observa-se que para instâncias do grupo SFM, o *solver* CPLEX encontra 10 soluções ótimas no cenário com 100 máquinas (SFM01). Nos demais cenários, foi possível encontrar no máximo 6 soluções ótimas. No grupo SHT, um total de 6 e 4 soluções ótimas são obtidas para os dois cenários mais simples (SHT04 e SHT06), nos demais casos temos duas ou uma solução ótima foi retornada dentro de 1 hora de execução do *solver*. Os próximos resultados são dados em termos de média do GAP. O GAP avalia a solução obtida a partir da diferença entre o Limitante Superior (LS) e o Limitante Inferior (LI), dividido pelo Limitante Superior (LS). A expressão 11 apresenta o cálculo do GAP. A Figura 3 compara os resultados médios obtidos.

$$Gap(\%) = 100 * \frac{CPLEX^{LS} - CPLEX^{LI}}{CPLEX^{LS}} \quad (11)$$

Para instâncias do grupo SFM na Figura 3, os métodos ficaram empatados nos resultados do subgrupo SFM01, enquanto a heurística FO obteve soluções melhores, em média, que o *solver* CPLEX nos demais subgrupo. No grupo SHT a heurística obteve melhores soluções para todos os subgrupos. A Tabela 1 apresenta a quantidade de melhores soluções retornadas por um método (Vitórias) e a quantidade de empates obtidos. Um empate ocorre quando

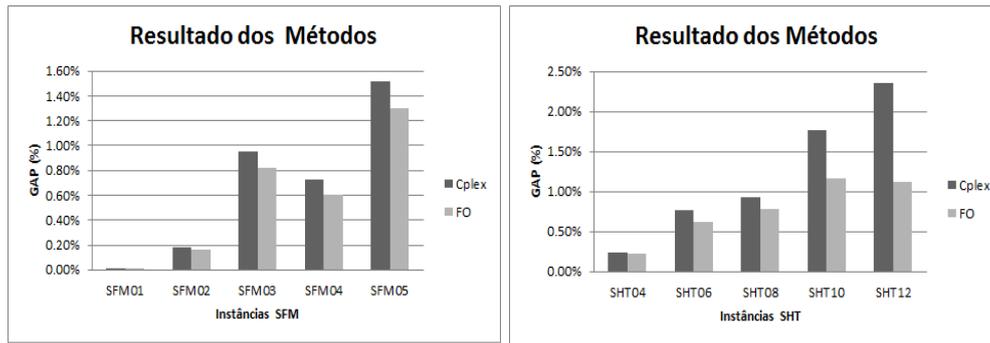


Figura 3: Resultados em média para os métodos.

$|solMetodo1 - solMetodo2| < 0.01$ . Todavia, o FO consegue retornar as melhores soluções considerando que utiliza a solução do RF como ponto de partida.

Tabela 1: Número de vitórias e empates entre os métodos.

Grupos	Vitórias por Métodos		Empates	Grupos	Vitórias por Métodos		Empates
	Modelo	FO			Modelo/FO	Modelo	
SFM01	0	0	10	SHT04	0	2	10
SFM02	0	2	10	SHT06	0	5	9
SFM03	0	5	10	SHT08	2	5	9
SFM04	0	3	9	SHT10	0	7	8
SFM05	1	4	8	SHT12	0	8	4
Total SF	1	<b>14</b>	47	Total SH	2	<b>27</b>	40
				Total	3	<b>41</b>	87

## 7. Considerações Finais e Perspectivas Futuras

O presente trabalho introduziu um modelo matemático para o PPRVINP, onde decisões relacionadas à instalação de um novo forno são tomadas. Instâncias foram geradas a partir de dados reais de uma indústria de recipientes de vidro. Os métodos propostos se mostraram promissores, pois na média dos GAPs a heurística FO foi melhor em nove dos dez subgrupos; e houve empate com o CPLEX em apenas um subgrupo. Considerando os valores retornados em cada instância, a heurística FO supera o resultado do CPLEX em torno de 90% dos subgrupos das instâncias. Dado que as instâncias foram elaboradas prezando situações simples com o propósito de obter soluções ótimas ou factíveis, o desempenho da heurística foi satisfatória. Desta forma, espera-se que o comportamento da heurística em instâncias de médio e grande porte sejam ainda mais eficientes. Trabalhos futuros serão conduzidos na geração de instâncias de médio e grande porte, avaliação da heurística propostas nessas instâncias e proposição de novos métodos combinando meta-heurísticas e técnicas de programação matemática.

## Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a CAPES, ao CNPQ e a FAPESP pelo suporte no desenvolvimento deste trabalho. O último autor gostaria de agradecer ao ERDF - European Region Development Fund, através do programa COMPETE e por fundos nacionais, através da FCT - Fundação para a Ciência e Tecnologia, no âmbito do projeto NORTE-07-0124-FEDER-000057.

## Referências

- Almada-Lobo, B., Oliveira, J. e Carravilla, M.** (2008), Production planning and scheduling in the glass container industry: A VNS approach, *International Journal of Production Economics* 114 (1) 363–375.
- Almada-Lobo, B., Klabjan, D., Carravilla, M.A. e Oliveira, J.F.** (2010), Multiple machine continuous setup lotsizing with sequence dependent setups, *Computational Optimization and Applications*, 47(3):529–552.
- Araújo, S. e Arenales, M. e Clark, A.** (2008), Lot Sizing and Furnace Scheduling in Small Foundries, *Comput. Oper. Res.* 35 (3) 916–932.
- Ball, M.** (2011), Heuristics based on mathematical programming, *Surveys in Operations Research and Management Science* 16 (1) 21–38.
- Beraldi, P., Ghiani, G., Grieco, A. e Guerriero, E.** (2008), Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the parallel machine lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs, *Computers & Operations Research* 35 (11) 3644–3656.
- Camargo, V. Toledo, F. e Almada-Lobo, B.** (2014), HOPS: Hamming–Oriented Partition Search for production planning in the spinning industry, *European Journal of Operational Research* 234 (1) 266–277.
- Clark, A., Morabito, R. e Toso, E.** (2010), Production setup-sequencing and lot-sizing at an animal nutrition plant through atsp subtour elimination and patching, *Journal of Scheduling* 13 (2) 111–121.
- Drexel, A. e Kimms, A.** (1997), Lot-sizing and scheduling – survey and extensions, *European Journal of Operational Research*, 99:221–235.
- Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S.** (2009), Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem, *European Journal of Operational Research* 196 (2) 697–706.
- Ferreira, D., Clark, A., Almada-Lobo, B. e Morabito R.** (2012), Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production, *International Journal of Production Economics* 136 (2) 255–265.
- Helber, S. e Sahling, F.** (2010), A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem, *International Journal of Production Economics*, Vol 123, p.247–256.
- Jans, R.** (2009), Solving lot-sizing problems on parallel identical machines using symmetry-breaking constraints, *INFORMS Journal on Computing*, 21(1):123–136.
- Jans, R. e Degraeve, Z.** (2007), Meta-heuristics for dynamic lot sizing: A review and comparison of solution approaches, *European Journal of Operational Research*, 177:1855–1875.
- Karimi, B., Ghomi, S. M. T. F. e Wilson, J. M.** (2003), The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms, *Omega* 31 365–378.
- Sahling, F., Buschkühl, L., Tempelmeier, H. e Helber, S.** (2009), Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic, *Computers & Operations Research* 37 2546–2553.
- Toledo, C.F.M., Oliveira, R.R.R., França, P.M.** (2013a), A hybrid multi-population genetic algorithm applied to solve the multi-level capacitated lot sizing problem with backlogging, *Computers & Operations Research* 40 (4) 910–919.
- Toledo, C.F.M., Arantes, M., Oliveira, R. e Almada-Lobo, B.** (2013b), Glass container production scheduling through hybrid multipopulation based evolutionary algorithm, *Applied Soft Computing* 13 (3) 1352–1364.
- Toso, E. e Morabito, R.** (2009), A. Clark, Lot Sizing and Sequencing Optimisation at an Animal-feed Plant, *Comput. Ind. Eng.* 57 (3) 813–821.
- Pochet, Y. e Wolsey, L. A.,** *Production Planning by Mixed Integer Programming*, Springer Science & Business Media, New York, (2006).

# RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO DE BEBIDAS DE FRUTAS: UMA HEURÍSTICA BASEADA EM MODELO

**Alyne Toscano**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro  
Av. Doutor Randolpho Borges Jr, 1250, Univerdecidade - Uberaba-MG - CEP:38064-200  
alyne@icte.uftm.edu.br

**Deisemara Ferreira**

Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia João Leme dos Santos (SP 264), Km 110, Bairro Itinga - Sorocaba-SP -  
CEP:18052-780  
deise@ufscar.br

**Reinaldo Morabito**

Universidade Federal de São Carlos  
Rod. Washington Luís, Km 235 - São Carlos-SP - CEP:13565-905  
morabito@ufscar.br

## RESUMO

Neste trabalho é apresentado o problema de programação da produção de bebidas de frutas, mais especificamente, néctares e refrescos. Trata-se de um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em dois estágios com algumas particularidades interessantes tais como a presença de um estoque de segurança entre os dois estágios e a necessidade de limpezas obrigatórias. Até onde se pesquisou na revisão bibliográfica, este problema não foi abordado pela literatura. Para resolvê-lo é proposta uma heurística baseada em modelo que resolve o problema de maneira desagregada. Testes computacionais foram realizados com instâncias baseadas em dados reais. A heurística mostra-se promissora na resolução de instâncias reais.

**PALAVRAS CHAVE. Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes, Bebida de fruta, Otimização Combinatória.**

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.3 Problemas de dimensionamento de lotes e programação da produção em indústrias de bebidas e nutrição animal.

## 1. Introdução

Neste trabalho é apresentado o problema de programação da produção de bebidas de frutas, mais especificamente, néctares e refrescos. Devido às características do problema, este é classificado, do ponto de vista científico, como problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes dois estágios, tratando-se assim de um problema NP-difícil.

Uma aplicação de dimensionamento e sequenciamento de lotes na área de bebidas que é bem estudada na literatura é a produção de refrigerantes. Nesse processo produtivo, os líquidos são preparados em um primeiro estágio e o envase da bebidas realizado em um segundo estágio. Algumas dificuldades desse problema são a consideração do tempo de *setup*

dependente da sequência e da sincronização dos estágios de preparo e envase da bebida. Esse problema foi bastante estudado na literatura via modelo e com heurísticas do tipo *relax and fix* para resolver os modelos propostos, como pode ser observado nos seguintes trabalhos: Toledo *et al.* (2009), Ferreira *et al.* (2009, 2010, 2012), Defalque *et al.* (2011) e Maldonado *et al.* (2014). Uma abordagem mais recente foi tentar resolver o problema via metaheurística, como é o caso de Toledo *et al.* (2014) que resolvem o problema através de um algoritmo genético.

Ao contrário da produção de refrigerantes, para a produção de bebidas de frutas são encontrados apenas dois trabalhos na literatura. Leite (2008) e Pagliarussi (2013) observaram algumas características inerentes a esse processo produtivo: a existência de estoques intermediários; um processo de pasteurização, para melhor conservação e durabilidade do produto; CIPs (*Clean-in-place*) regulares; e a perecibilidade dos itens. Para tratar desse problema Leite (2008) apresentou três modelos de dimensionamento de lotes baseados no GLSP, considerando apenas uma linha de produção (uma máquina). Pagliarussi (2013), considera o problema tratando o caso de múltiplas máquinas e propõe dois modelos, um para maximização da produção e outro para minimização de custos, ambos baseados do GLSP. Apesar dos dois autores conseguirem resultados significativos e competitivos com a realidade, ambos trataram o problema de maneira simplificada, modelando apenas o estágio de envase do produto.

No setor de bebidas alcoólicas alguns trabalhos buscam resolver a programação da produção das indústrias de cerveja. Esse processo difere-se da produção de refrigerantes principalmente no primeiro estágio em que os tanques podem ficar ocupados entre 3 e 41 dias para fazer a maturação da cerveja. O envase é parecido com a produção de refrigerantes, sendo assim, Baldo *et al.* (2014) apresentam um modelo dois estágios em que as decisões do segundo estágio são baseadas no modelo de Ferreira *et al.* (2009). Para resolver o modelo os autores propuseram heurísticas baseadas em modelos que encontram soluções de boa qualidade. Guimarães *et al.* (2012) também propõem a resolução do problema de programação da produção de uma indústria cervejeira.

Observando essa breve revisão de literatura, é possível notar que apesar de haver uma gama de trabalhos que estudaram programação da produção de bebidas muito pouco foi feito para o setor de bebidas de frutas, e além disso os trabalhos que foram realizados para esse setor fizeram apenas uma extensão do problema de refrigerantes. Entretanto, observando esse processo produtivo mais de perto, percebe-se que o problema não se trata apenas de uma extensão dos modelos de refrigerantes ou de cerveja, e que existem particularidades do problema que merecem ser exploradas. Portanto, nesse trabalho é estudado um novo processo produtivo, que até onde é sabido pouco foi explorado na literatura.

## **2. Processo de Produção de Bebidas de Frutas e Definição do Problema**

No Brasil, para ser chamada de suco, a bebida deve conter 100% da fruta. No caso do néctar, sua composição deve ter um percentual mínimo do suco ou polpa estabelecido pelo Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Caso a bebida tenha um valor menor de fruta do que do néctar, essa bebida é classificada como refresco ou bebida de fruta.

De maneira geral, os néctares e refrescos seguem basicamente o mesmo processo de produção: preparo da bebida, pasteurização, envase e empacotamento. Essas etapas de produção são divididas em dois estágios. No primeiro estágio de produção é realizado o preparo da bebida nos tanques preparatórios, onde acontece a mistura de água com os ingredientes. Esse setor é denominado Xaroparia. Os processos de pasteurização, envase e empacotamento compõem o segundo estágio, denominado Linha. Depois de pronto, o suco é enviado em tubulações próprias para os tanques pulmões, que se encontram na Linha. Saindo do tanque

pulmão a bebida passa pelo pasteurizador antes de ser envasada. A ligação entre tanque pulmão e pasteurizador é biunívoca, ou seja, um tanque pulmão se liga a um único pasteurizador e cada pasteurizador é ligado a um único tanque pulmão. Depois de ser pasteurizada, a bebida é finalmente envasada pelas máquinas de envase e em seguida empacotadas. O envase é do tipo asséptico, com o uso de embalagens cartonadas (pré tratadas com agentes antissépticos físicos e/ou químicos), em máquinas de alta capacidade e ambientes que assegurem as condições de higiene requeridas.

Uma outra característica do envase asséptico é a necessidade da realização de limpezas (CIP - *Clear in Place*) regulares. Essas limpezas são realizadas: na xaroparia e na linha quando ocorre troca de sabor; na xaroparia a cada  $TP_{max}$  horas de produção contínua do mesmo sabor; na linha a cada  $TL_{max}$  horas de produção contínua do mesmo sabor. Os CIPs da Xaroparia e da Linha são independentes e com durações diferentes.

Os itens se diferenciam apenas pelo sabor da bebida. Sendo assim, o tempo de troca entre os itens nada mais é que o tempo de CIP, uma vez que a troca de embalagem pode ser realizada juntamente com o CIP.

Diferente do que acontece na produção de refrigerantes (Ferreira *et al.*, 2009), o tanque pulmão garante um lote de folga para a xaroparia. Porém essa folga não é suficiente para evitar que ocorram esperas da xaroparia pela linha e da linha pela xaroparia. Ou seja, da mesma forma que na produção de refrigerantes e cerveja, para que seja possível encontrar uma programação da produção factível para esse problema, é preciso considerar a sincronia entre os estágios. Ou seja, é preciso ser contabilizado nas restrições de capacidade os tempos em que o tanque preparatório (Xaroparia - Estágio I) fica ocioso esperando para despejar o suco pronto no tanque pulmão e os tempos em que o tanque pulmão (Linha - Estágio II) fica vazio, e portanto a linha ociosa, esperando o tanque preparatório enviar suco para ser pasteurizado e envasado.

Considerando todas as esperas possíveis notou-se que o gargalo de produção pode alternar entre os dois estágios. Caso a máquina seja mais lenta pra envasar que o preparo dos tanques, o gargalo aparece no segundo estágio (Linha). Se, por outro lado, as máquinas de envase são muito velozes, os tanques preparatórios não conseguem abastecê-las, gerando assim espera das linhas pelo tanque, ou seja, o gargalo passa a ser no primeiro estágio (Xaroparia). Uma característica interessante desse problema também é que no Estágio I (tanque preparatório) os tempos de preparo são dependentes da sequência. Essa característica não é observada na linha de envase.

O processo produtivo estudado nesse trabalho trata da produção de bebidas que possuem em sua característica de produção: dois estágios de produção, estoque intermediário entre os estágios, pasteurização e envase asséptico em embalagens cartonadas, cujo controle de qualidade exige CIPs regulares. E, cabe mais uma vez ressaltar que com todas essas características peculiares a programação da produção desse processo produtivo não é naturalmente adaptável dos trabalhos que tratam programação da produção de refrigerantes e cerveja.

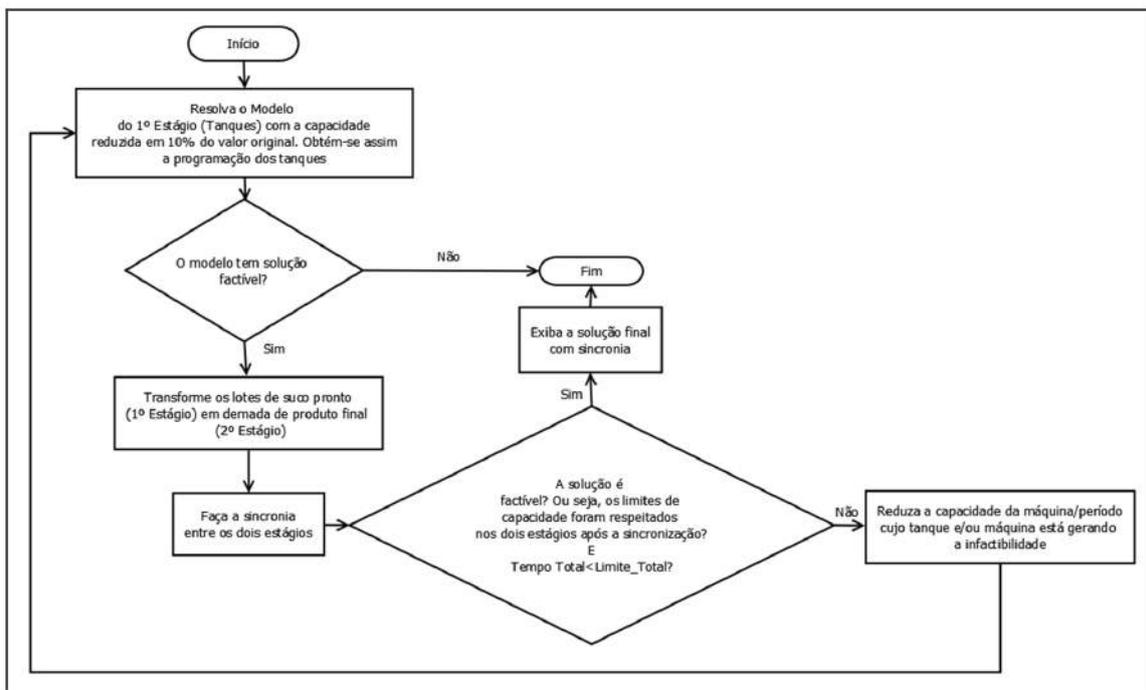
A grande dificuldade para programação da bebida de fruta é conseguir realizar uma programação que atenda a demanda, respeitando a capacidade de tempo que é consumida tanto pela produção como pelos CIPs de tempos razoavelmente altos. Além de que, essa programação deve levar em consideração a sincronia entre os dois estágios de produção. Na próxima seção é apresentada uma heurística para resolução desse problema.

### 3. Heurística Baseada em Modelo

Para resolver o problema descrito acima é proposta uma heurística baseada em modelo matemático que será denominada de Heurística Estágio I (H-EI). A proposta dessa heurística foi baseada na prática de uma fábrica característica do setor de produção de refresco. Uma vez que o gargalo pode alternar entre os estágios de produção, nessa heurística a aposta é que o gargalo se encontra no estágio I. Para resolver o problema é utilizado inicialmente um modelo para dimensionar e sequenciar os lotes nos tanques preparatórios, uma vez que no primeiro estágio o preparo é dependente da sequência. O modelo para o primeiro estágio é um CLSP que foi baseado nos trabalhos Toso *et al.* (2008), Defalque *et al.* (2011) e Ferreira *et al.* (2012). Dada a resposta do modelo, a segunda parte da heurística consiste em dimensionar os lotes do segundo estágio, de acordo com a solução obtida pelo modelo, e fazer construtivamente a sincronia entre os dois estágios.

O fluxograma da HE-I é apresentado na Figura 1. A heurística inicia transformando as demandas de itens  $d_{jt}^{II}$  em demandas em litros para o primeiro estágio  $d_{jt}$ . Considerando que cada item, independente do sabor, contém  $\rho$  litros de bebida, essa transformação é dada por:  $d_{jt} = \rho * d_{jt}^{II}$ . Para tentar garantir que após a sincronia seja encontrado um plano de produção factível, o modelo é inicialmente resolvido com apenas 90% da capacidade de produção original, ou seja, inicialmente  $K_{mt}^I = 0,9 * K_{mt}^I$ . Logo, depois desses pré processamentos, o modelo do primeiro estágio é resolvido.

Figura 1: Fluxograma da Heurística Estágio I (H-EI).



Fonte: os autores.

Com o resultado do modelo dá-se início a construção da sincronia entre os dois estágios. Partindo dos tamanhos dos lotes de bebida da Xaroparia e da sequência encontrada com a resolução do modelo, esses lotes vão sendo um a um “encaixados” na programação da produção da linha. Juntamente com esses lotes, são inseridos, de maneira construtiva, os CIPs da linha e do tanque e as esperas entre esses dois estágios.

Depois de realizada a sincronia verifica-se se o programa de produção é factível

tanto do ponto de vista da linha, como do ponto de vista do tanque, pois uma vez que são acrescentadas as esperas ao plano de produção, a solução agora encontrada para a Xaroparia não é mais a solução inicialmente apresentada pelo modelo. Caso o plano de produção seja factível, com relação à capacidade, a heurística termina e exhibe a solução sincronizada. Caso contrário, verifica-se quais foram os períodos  $t$  e os conjuntos máquina/tanque  $m$  em que a capacidade foi extrapolada, em seguida o valor da capacidade do tanque  $K_{mt}^I$  é reduzida para os respectivos  $m$  e  $t$ . O modelo é resolvido novamente, e o processo se repete até que seja encontrada uma solução factível ou até que o tempo total de execução da heurística ultrapasse o limite de tempo pré-determinado (Limite\_Total).

#### 4. Testes Computacionais

Para analisar o desempenho da heurística H-EI foram realizados testes computacionais com um conjunto de 10 instâncias baseadas em dados reais e com uma instância real de fato. As instâncias são divididas em pequenas (P), médias (M) e grandes (G) de acordo com o número de produtos ( $J$ ), número de períodos ( $T$ ), número de máquinas/tanques ( $M$ ). Além disso as instâncias são consideradas Ociosa, Moderada ou Restrita de acordo com a demanda em relação à capacidade.

As instâncias pequenas são utilizadas apenas para testar a validade do modelo e da heurística. As instâncias P1, P2 e P3 são idênticas, exceto pela capacidade. Na instância P2 a capacidade do tanque é reduzida em torno de 10% com relação à capacidade das máquinas e na instância P3 a capacidade do tanque se mantém original e capacidade da máquina é reduzida em 10%. A instância M1 é real. A instância M4 é idêntica à M3, exceto pela demanda. O mesmo acontece com as instâncias M5 e M6 e G1 e G2.

Para todas as instâncias o tamanho de cada período foi considerado de 142 horas. O tempo de CIP no tanque preparatório é de 50 minutos e na linha é de 5 horas. O parâmetro  $TP_{max}$  é considerado 24 horas, e o  $TL_{max}$  é 48 horas. O tempo de preparo de um tanque é de 100 minutos. Em todas as instâncias pequenas e médias são considerados dois conjuntos de máquinas com velocidades de envase de 112,92 litros/min e 45 litros/min. Nas instâncias grandes, esses dois conjuntos de máquinas são duplicados passando a ter 4 máquinas. Para o tanque preparatório ligado à máquina mais veloz considera-se que é possível preparar no máximo 14 tanques, desconsiderando as esperas, em um período de  $TL_{max} = 24hs$ . Já para o tanque preparatório ligado à máquina mais lenta é possível preparar no máximo 6 tanques. Os custos de estoque, atraso, CIP e a penalização  $C$  são meramente ilustrativos e são tomados como \$1, \$10, \$0,1 e \$0,01, respectivamente.

O modelo e a heurística foram implementados em linguagem de modelagem AMPL e resolvidos pelo sistema de otimização CPLEX 12.5. Os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i7 com dois núcleos de 1.8GHz e 8GB de memória RAM. O tempo de execução do modelo foi limitado em 300 segundos e o tempo total de execução da heurística foi limitado em 1850 segundos (em torno de 30 minutos) para cada instância.

Os resultados são apresentados na Tabela 1. Na coluna FO\_FINAL é apresentado o valor final da função objetivo. Em ITER é apresentado quantas iterações foram realizadas. Quando o número de iterações é zero significa que na primeira resolução do modelo já foi encontrada uma solução factível para o problema. EST e ATR são os valores monetários de estoque e atraso, respectivamente. O valor da função objetivo utilizado com os CIPS realizados na linha e no tanque preparatório são apresentados em CIPS I e CIPS II respectivamente. A coluna TEMPO traz o tempo total em segundos de execução da heurística.

A primeira conclusão interessante que pode ser tirada da Tabela 1 é que as instâncias pequenas e médias, inclusive a instância real, podem ser resolvidas em menos de 3 minutos. Isso é muito importante pois na indústria o tempo requerido para encontrar uma solução manual é de aproximadamente 2 horas.

Não foi possível encontrar solução factível em tempo hábil para as instâncias M6 e G2. Essas duas instâncias apresentam em comum a maior demanda entre as instâncias da mesma classe. Ou seja, quando a capacidade é muito restrita a H-EI não se comporta muito bem. Isso acontece devido à dificuldade de resolver o modelo tanque o que acaba fazendo com que poucas iterações da heurística sejam executadas. Além disso, quanto mais apertada a capacidade mais difícil é alocar as esperas nas soluções.

Tabela 1: Resultados dos testes computacionais.

	FO_FINAL	ITER	EST	ATR	CIPS I	CIPS II	TEMPO
P1	\$ 3,70	1	0,00	0,00	2,5	1,2	1,97
P2	\$ 3,60	19	0,00	0,00	2,4	1,2	8,7
P3	\$ 4.124,68	33	4120,88	0,00	2,4	1,4	17,28
M1	\$ 6,50	13	0,00	0,00	4,3	2,2	28,16
M2	\$ 646.910,32	44	82073,72	564827,20	6	3,4	41,13
M3	\$ 6,30	0	0,00	0,00	3,9	2,4	2,06
M4	\$ 1.475.999,78	21	0,00	1475988,30	7,5	4	97,63
M5	\$ 6,80	0	0,00	0,00	4,2	2,6	3,01
M6	-	15	-	-	-	-	2149,63
G1	\$ 14,40	0	0,00	0,00	9,4	5	80,8
G2	-	6	-	-	209	107	2142,56

Para os exemplares pequenos é possível perceber que a H-EI apresenta melhores resultados quando o gargalo se encontra no tanque (P2) do que quando este está na linha (P1), o que já era esperado uma vez que essa heurística privilegia a programação do tanque.

Os resultados encontrados pela heurística são satisfatórios e motivadores para dar continuidade nas pesquisas desse problema.

### Conclusões e/ou perspectivas futuras

O presente trabalho teve como objetivo estudar um processo produtivo interessante na área de bebida e pouco estudado na literatura. Além disso, para resolução desse problema foi proposta uma heurística baseada em modelo. Os testes comprovam que é possível encontrar soluções coerentes com a realidade de uma empresa característica do setor em tempo hábil. Através dos testes computacionais pode-se observar que a heurística encontrou dificuldades para resolver instâncias de grande porte, mas mostrou-se promissora na resolução de instâncias de pequeno e médio porte, inclusive para resolução de uma instância real.

Os resultados encorajam a continuar a pesquisa da programação da produção desse tipo de indústria. Um próximo passo natural agora é fazer uma heurística, parecida com a H-E1, mas que utiliza um modelo matemático para resolver as linhas, ou seja, apostar desta vez que o gargalo está na linha. Além disso, pretende-se criar instâncias aleatórias e fazer mais testes com instâncias reais para comprovar a eficácia dessas heurísticas e comparar os resultados das duas abordagens.

Um estratégia que também será estudada é a a realização da sincronia entre os dois estágios através de um modelo matemático integrado para de fato comparar os resultados obtidos com as heurísticas.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem à FAPESP (processo 2010/10133-0). A primeira autora agradece à Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) pelo apoio financeiro. A segunda autora agradece à bolsa de pesquisa CNPq (processo 312569/2013-0).

## Referências

- Baldo, T. A., Santos, M. O., Almada-Lobo, B. e Morabito, R.** (2014), An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry, *Computers & Industrial Engineering*, 72, 58-71.
- Defalque, C. M., Rangel, S. e Ferreira, D.** (2011), Usando o ATSP na Modelagem do Problema Integrado de Produção de Bebidas, *TEMA - Tendências Em Matemática Aplicada E Computacional*, 12(3), 195-209.
- Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S.** (2009), Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, 196(2), 697-706.
- Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S.** (2010), Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants, *Computers & Operations Research*, 37(4), 684-691.
- Ferreira, D., Clark, A. R., Almada-Lobo, B. e Morabito, R.** (2012), Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production, *International Journal of Production Economics*, 136(2), 255-265.
- Guimarães, L., Klabjan, D. e Almada-Lobo, B.** (2012), Annual production budget in the beverage industry, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(2), 229-241.
- Leite, R. P. M.** *Um estudo sobre o problema de dimensionamento e seqüenciamento da produção no setor de bebidas.* Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção), Departamento de Engenharia de Produção, UFScar, São Carlos, 2008.
- Maldonado, M., Rangel, S. e Ferreira, D.** (2014), A study of different subsequence elimination strategies for the soft drink production planning. *Journal of Applied Research and Technology*, 12(4), 1-10.
- Pagliarussi, M.** *Contribuições para a Otimização da Programação da Produção de Bebidas a Base de Frutas.* Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFScar - São Carlos, 2013.
- Toledo, C. F. M., França, P. M., Morabito, R. e Kimms, A.** (2009), Multi-population genetic algorithm to solve the synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem, *International Journal of Production Research*, 47(11), 3097-3119.
- Toledo, C. F. M., de Oliveira, L., de Freitas Pereira, R., França, P. M. e Morabito, R.** (2014), A genetic algorithm/mathematical programming approach to solve a two-level soft drink production problem. *Computers & Operations Research*, 48, 40-52.
- Toso, E. A. V., Morabito, R. e Clark, A.** (2008), Combinação de abordagens GLSP e ATSP para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção de suplementos para nutrição animal, *Pesquisa Operacional*, 28, n.3, 423-450.

# UM ESTUDO COMPUTACIONAL DO PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE TAREFAS *JUST-IN-TIME* EM *NO-WAIT FLOW SHOP*

**Hélio Yochihiro Fuchigami**

Universidade Federal de Goiás (UFG) – Regional Goiânia  
R. Mucuri, s/n, Área 3, Setor Conde dos Arcos, CEP 74.968-755, Aparecida de Goiânia/GO

Pós-doutorando PNPd – UNESP/IBILCE

R. Cristóvão Colombo, 2265, CEP 15.054-000, S.J.Rio Preto/SP  
heliofuchigami@yahoo.com.br

**Socorro Rangel**

Universidade Estadual Paulista (UNESP) – IBILCE  
R. Cristóvão Colombo, 2265, CEP 15.054-000, S.J.Rio Preto/SP  
socorro@ibilce.unesp.br

## RESUMO

Este estudo aborda o problema de sequenciamento em *no-wait flow shop* com o objetivo de maximizar o número de tarefas *just-in-time*, ou seja, tarefas que concluem seu processamento pontualmente. Foram propostos e implementados computacionalmente oito métodos heurísticos para resolver o problema. A melhor heurística aplica a regra EDD na ordenação inicial e o método de inserção utilizado na conhecida heurística NEH, obtendo soluções com desvio relativo médio de 3,8% e tempo de computação aceitável mesmo em problemas de grande porte.

**PALAVRAS CHAVE.** Programação da produção, *No-wait flow shop*, Heurísticas, Tarefas *just-in-time*.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.6 Problemas de programação da produção

## 1. Introdução

O problema de programação da produção em *flow shop* é um dos mais comuns nos diversos tipos de indústrias, sendo caracterizado por um conjunto de máquinas em série que devem executar um conjunto de tarefas seguindo o mesmo fluxo de processamento.

Uma situação específica para este problema, também bastante frequente, é o sistema *no-wait flow shop* ou *flow shop* sem espera, que não permite interrupção entre as operações das tarefas. Os exemplos mais comuns ocorrem onde a variação da temperatura pode influenciar na degradação do material, em indústrias alimentícias em que os produtos podem perecer devido à espera ou então quando não há capacidade de armazenamento entre as máquinas. Neste ambiente, este trabalho aborda a otimização do número de tarefas *just-in-time*, ou seja, concluídas pontualmente.

Embora a filosofia *just-in-time* envolva amplos conceitos relacionados à redução de desperdícios, como redução de estoques, dos lotes de produção, dos tempos de espera e dos atrasos internos e a melhoria na qualidade dos produtos e dos processos de produção, a programação da produção *just-in-time* consiste em obter uma solução que minimize funções de custo associado aos adiantamentos e atrasos das tarefas.

Na clássica notação de três campos, o problema de maximização do número de tarefas *just-in-time* em *no-wait flow shop* pode ser denotado por  $Fm|no-wait,d_j|n_{JIT}$ , onde “ $Fm$ ” indica o ambiente *flow shop* genérico com “ $m$ ” máquinas, “ $d_j$ ” enfatiza a existência de prazos para as tarefas e “ $n_{JIT}$ ” representa a função-objetivo citada.

Os trabalhos abordando esta mesma medida de desempenho, como Choi e Yoon (2007), Shabtay e Steiner (2012), Shabtay e Bensoussan (2012) e Elalouf Levner e Tang (2013), utilizaram demonstrações teóricas de definições e propriedades, não apresentando implementação de experimentação computacional, nem propondo métodos heurísticos.

## 2. Métodos heurísticos propostos

O problema tratado pode ser formulado genericamente da seguinte forma. Considere um conjunto de  $n$  tarefas  $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ , que são independentes, possuem o mesmo peso ou prioridade, não podem ser interrompidas e estão todas disponíveis para processamento no instante zero da programação. Todas as tarefas devem ser executadas em  $m$  máquinas,  $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ , dispostas fisicamente de forma a respeitar um fluxo linear unidirecional. O fluxo de todas as tarefas nas máquinas é idêntico e não pode haver tempo de espera entre a execução das operações de uma tarefa. Cada tarefa  $J_j$  requer um tempo de processamento  $p_{jk}$  em cada uma das máquinas  $M_k$  e possui o seu prazo representado por  $d_j$ , ambos considerados conhecidos previamente e fixos. Deseja-se encontrar uma programação que maximize o número de tarefas que são concluídas exatamente no seu respectivo prazo.

Para resolver o problema descrito, foram concebidos métodos heurísticos com base na investigação da estrutura do problema e inspirados em algoritmos clássicos da área, como a heurística NEH de Nawaz, Ensco Jr. e Ham (1983) e a de Hodgson (1977), além de regras de prioridade bem conhecidas, como a EDD, que faz a ordenação crescente pelos prazos das tarefas, e a MST (*Minimum Slack Time*), que sequencia as tarefas pela menor folga ( $d_j - \sum_{k=1}^m p_{jk}$ ). Sabe-se que no problema de máquina única, a regra EDD minimiza o atraso máximo e a MST, o adiantamento máximo. Estas ideias foram usadas em Fuchigami e Rangel (2015) no problema de *flow shop* permutacional com maximização de tarefas *just-in-time*.

Todas as heurísticas propostas requerem uma etapa de ajuste de cronograma, conforme descrito a seguir. A folga  $f_{ij}$  de uma tarefa  $J_i$  imediatamente seguida pela tarefa  $J_j$  é calculada da seguinte forma:  $f_{ij} = \min\{d_i - C_{im}; C_{j1} - p_{j1} - C_{i1}; C_{j2} - p_{j2} - C_{i2}; \dots, C_{jm} - p_{jm} - C_{im}\}$ . Mesmo no caso de tarefas atrasadas, pode haver folga de tempo ocioso de máquina, sendo desconsiderada a folga em relação ao prazo, de acordo com a seguinte expressão:  $f_{ij} = \min\{C_{j1} - p_{j1} - C_{i1}; C_{j2} - p_{j2} - C_{i2}; \dots, C_{jm} - p_{jm} - C_{im}\}$ .

### **Procedimento de ajuste de cronograma**

- (1) Para a sequência dada, respeitando a restrição *no-wait*, identifique a partir da última tarefa da sequência, a primeira tarefa adiantada  $J_E$ . Se não houver tarefas adiantadas, FINALIZE.
- (2) Respeitando a restrição *no-wait*, desloque as operações da tarefa  $J_E$  de forma que sua conclusão coincida com seu prazo e re programe as operações das tarefas seguintes de acordo com o deslocamento.
- (3) A partir da tarefa  $J_E$  em direção ao início da sequência, consuma sequencialmente a **folga** de cada tarefa, caso exista.
- (4) Contabilize o número de tarefas *just-in-time* ( $n_{JIT}$ )

As primeiras quatro heurísticas propostas são adaptações do método de inserção do algoritmo NEH. As heurísticas H1 e H2 utilizam a regra EDD na ordenação inicial, enquanto a H3 e a H4 consideram a regra MST. As heurísticas pares (H2 e H4) constituem-se do emprego de métodos de melhoria (de busca em vizinhança da sequência parcial em construção) nas heurísticas ímpares (H1 e H3, respectivamente).

### **Heurística H1**

- (1) Ordene as tarefas pela regra EDD (desempate pela menor  $\sum p_{jk}$ ).
- (2) Com as duas primeiras tarefas da ordenação, aplicando o *Procedimento de ajuste de cronograma*, encontre a subsequência (entre as duas possíveis) com o melhor  $n_{JIT}$ .

- (3) Para  $h = 3$  a  $n$ , faça:  
Sem alterar as posições relativas das tarefas já programadas, insira a tarefa que ocupa a  $h$ -ésima posição da ordenação em todas as posições possíveis da subsequência e, executando o *Procedimento de ajuste de cronograma*, considere aquela com melhor  $n_{JIT}$  (desempate pela maior posição).

#### **Heurística H2**

- (1) Ordene as tarefas pela regra EDD (desempate pela menor  $\sum p_{jk}$ ).
- (2) Com as duas primeiras tarefas da ordenação, aplicando o *Procedimento de ajuste do cronograma*, encontre a subsequência (entre as duas possíveis) com o melhor  $n_{JIT}$ .
- (3) Para  $h = 3$  a  $n$ , faça:  
Acrescente à subsequência a tarefa que ocupa a  $h$ -ésima posição da ordenação.  
Considerando toda a Vizinhança de Inserção da sequência com  $(h-1)^2$  soluções e executando o *Procedimento de ajuste de cronograma*, determine aquela com melhor  $n_{JIT}$ .  
Considerando toda a Vizinhança de Permutação da sequência com  $h(h-1)/2$  soluções e executando o *Procedimento de ajuste de cronograma*, determine aquela com melhor  $n_{JIT}$ .

#### **Heurística H3**

- (1) Ordene as tarefas pela regra MST (desempate pela menor  $\sum p_{jk}$ ).
- (2) e (3) Idem à heurística H1.

#### **Heurística H4**

- (1) Ordene as tarefas pela regra MST (desempate pela menor  $\sum p_{jk}$ ).
- (2) e (3) Idem à heurística H2.

As quatro heurísticas seguintes, H5, H6, H7 e H8, utilizam ideias advindas do clássico algoritmo de Hodgson (1977), que fornece a solução ótima para o problema de minimização do número de tarefas atrasadas no problema de máquina única. Novamente, as duas primeiras consideram a regra EDD e duas últimas, a MST. E também as heurísticas pares diferenciam-se das ímpares por empregarem métodos de melhoria (busca em vizinhança ao final da execução).

#### **Heurística H5**

- (1) Ordene as tarefas pela regra EDD (desempate pela menor  $\sum p_{jk}$ ).
- (2) Execute o *Procedimento de ajuste do cronograma*.
- (3) Identifique a primeira tarefa atrasada  $J_T$  da sequência e vá para o passo (4). Se não há tarefas atrasadas, FINALIZE.
- (4) Desloque a tarefa  $J_T$  para o final da sequência e volte ao passo (2).

#### **Heurística H6**

- (1) Ordene as tarefas pela regra EDD (desempate pela menor  $\sum p_{jk}$ ).
- (2) Execute o *Procedimento de ajuste do cronograma*.
- (3) Identifique a primeira tarefa atrasada  $J_T$  da sequência e vá para o passo (4). Se não há tarefas atrasadas, FINALIZE.
- (4) Desloque a tarefa  $J_T$  para o final da sequência e volte ao passo (2).
- (5) Considerando toda a Vizinhança de Inserção da sequência com  $(n-1)^2$  soluções, determine aquela com melhor  $n_{JIT}$ .  
Considerando toda a Vizinhança de Permutação da sequência com  $n(n-1)/2$  soluções, determine aquela com melhor  $n_{JIT}$ .

#### **Heurística H7**

- (1) Ordene as tarefas pela regra MST (desempate pela menor  $\sum p_{jk}$ ).
- (2) a (4) Idem à heurística H5.

#### **Heurística H8**

- (1) Ordene as tarefas pela regra MST (desempate pela menor  $\sum p_{jk}$ ).
- (2) a (5) Idem à heurística H6.

### 3. Experimentação computacional

Na experimentação computacional foram considerados problemas com  $n = 5, 6, 7, 8$  e 10 tarefas e  $m = 2, 3$  e 5 máquinas no Grupo 1 (pequeno porte) e com  $n = 15, 20, 30, 50$  e 80 tarefas e  $m = 5, 10, 15$  e 20 máquinas no Grupo 2 (médio e grande portes).

Os tempos de processamento foram gerados no intervalo  $U[1,99]$  e os prazos conforme Ronconi e Birgin (2012), no intervalo  $[P(1-T-R/2), P(1-T+R/2)]$ , onde  $T$  e  $R$  são dois parâmetros denominados fator de atraso e faixa de prazos, respectivamente, e  $P$  é um limitante inferior de Taillard (1993) para o *makespan*. Os valores de  $T$  foram 0,2 e 0,4 e os de  $R$  0,6 e 1,2. Para cada classe dos parâmetros descritos foram gerados 100 problemas, totalizando 14.000 problemas resolvidos.

Os resultados foram analisados por meio do desvio relativo percentual (RPD, em inglês), que mede a variação em relação à melhor solução encontrada, e pelo tempo médio de computação (em milissegundos). Assim, a comparação indica quais heurísticas são melhores, sem quantificar a qualidade da solução (diferença em relação à solução ótima).

Foi utilizado o sistema operacional Windows e o ambiente de programação Delphi. As configurações da máquina são as seguintes: processador Pentium Dual-Core com 2.0 GHz de frequência e 3.0 GB de memória RAM.

### 5 Análise dos resultados

A análise global do desempenho dos métodos revelou que a heurística H1 obteve os melhores resultados, com desvio relativo médio de 3,8%, como pode ser observado na Tabela 1. Em segundo lugar, ficou a heurística H2, que se diferencia da H1 por aplicar as buscas em vizinhanças a cada tentativa de inserção, tendo RPD de 7,0%. Em terceiro lugar, a heurística H6 teve desvio relativo médio de 14,4% e em quarto lugar ficou a H3, com RPD de 17,9%. As três piores heurísticas foram H7, H5 e H8, todas utilizando adaptações do algoritmo de Hodgson.

Tabela 1 – *Ranking* do desempenho global (RPD) dos métodos de solução propostos

Heurística	H1	H2	H6	H4	H3	H8	H5	H7
RPD (%)	3.8	7.0	14.4	15.7	17.9	25.5	46.8	57.7

Entretanto, conforme a Tabela 2, a análise por número de tarefas mostrou algumas variações: em problemas com 5 tarefas, o método H6 obteve em média o melhor resultado, com RPD de apenas 0,9%; em problemas com 6, 7, 8, 10, 15 e 20 tarefas, a heurística H2 predominou, com desvios relativos médios na faixa de 1,6 a 3,7%; e em problemas com 30, 50 e 80 tarefas, o método H1 teve o melhor desempenho, com RPD médio entre 1,8 e 3,5%.

Tabela 2 – Desempenho (RPD) dos métodos por grupo e número de tarefas

	$n$	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8
Grupo 1	5	2.9	1.5	8.0	2.9	15.7	0.9	29.0	3.6
	6	3.5	1.6	11.3	5.8	24.1	1.7	36.8	6.7
	7	4.4	2.0	12.7	6.6	30.5	2.7	43.2	8.8
	8	5.5	2.0	13.9	9.3	34.8	3.9	49.2	11.9
	10	6.0	3.0	15.5	10.3	42.3	6.6	54.0	14.0
Grupo 2	15	4.0	3.3	18.2	12.5	45.6	7.7	57.4	19.3
	20	3.8	3.7	20.0	18.4	55.1	13.1	66.6	29.0
	30	3.5	6.4	21.2	27.1	64.3	22.7	74.1	42.4
	50	2.6	16.2	26.5	27.5	74.8	36.5	80.7	54.0
	80	1.8	29.9	32.0	36.3	80.9	47.9	86.1	64.9

Isto pode indicar que em problemas com número reduzido de tarefas (como no caso de 5 tarefas), é mais vantajoso utilizar o método que utiliza a regra EDD para ordenação inicial, as ideias do algoritmo de Hodgson e buscas em vizinhanças. Já em problemas maiores, é melhor utilizar métodos derivados da heurística NEH. Problemas com 6 a 20 tarefas demonstram a

vantagem da aplicação de buscas em vizinhanças e problemas com 30 a 80 tarefas não, possivelmente porque tais buscas são aplicadas a cada iteração, optando-se pela melhor solução local, não conduzindo à melhor solução global.

Além disso, a regra EDD mostrou-se sempre melhor do que a MST. Análises mais detalhadas sugerem que o número de máquinas e os diferentes cenários considerados não influenciam no desempenho dos métodos, tanto em ordem de superioridade, como em amplitude da diferença dos desvios médios.

A Tabela 3 apresenta a comparação da eficiência computacional dos métodos, com os tempos médios de execução medidos em milissegundos.

Tabela 3 – Eficiência computacional (tempo médio de CPU, em milissegundos) dos métodos por grupo

	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8
<b>Grupo 1</b>	0.1	0.4	0.1	0.4	0.0	0.2	0.0	0.1
<b>Grupo 2</b>	51.3	4080.0	49.8	3971.2	1.3	209.4	1.4	213.3

Evidentemente, as heurísticas pares, que aplicam procedimentos de melhoria, consumiram mais tempo de CPU, quando comparadas às ímpares. No grupo 1, os métodos tiveram tempo de processamento praticamente zero e no grupo 2, as heurísticas mais rápidas foram a H5 e a H6, com pouco mais de 1 ms em média, enquanto as mais demoradas foram a H2 e a H4, que consumiram em torno de 4 segundos.

## 6. Considerações finais e perspectivas futuras

Os resultados do estudo computacional demonstram que a viabilidade da aplicação das heurísticas propostas na solução do problema de otimização do número de tarefas *just-in-time* no ambiente *no-wait flow shop*.

Os métodos mostraram relativa qualidade na solução e tempo computacional aceitável. A melhor heurística, que aplica a regra EDD na ordenação inicial e o método de inserção, obteve os menores desvios relativos percentuais (3,8% em média) e tempo computacional praticamente zero em problemas de pequeno porte e em torno de 50 ms em problemas de médio e grande portes.

Em trabalhos futuros, pode-se empregar outras regras de prioridade e novas estratégias de inserção e de busca em vizinhança. Pode-se também considerar outras restrições no problema, como tempos de *setup* e janelas de entrega para as tarefas.

**Agradecimentos:** Este trabalho teve apoio parcial da FAPESP, da CAPES e do CNPq.

## Referências

- Choi, B.-C. e Yoon, S.-H.** (2007), Maximizing the weighted number of just-in-time Jobs in flow shop scheduling, *Journal of Scheduling*, 10, 237-243.
- Elalouf, A., Levner, E. e Tang, H.** (2013), An improved FPTAS for maximizing the weighted number of just-in-time jobs in a two-machine flow shop problem, *Journal of Scheduling*, 16, 429-435.
- Fuchigami, H.F. e Rangel, S.** (2015), Métodos heurísticos para maximização do número de tarefas *just-in-time* em *flow shop* permutacional (*trabalho completo submetido*).
- Hodgson, T.J.** (1977), A note on single machine sequencing with random processing times, *Management Science*, 23, 1144-1146.
- Nawaz, M., Enscoer Jr., E.E. e Ham, I.** (1983), A heuristic algorithm for the *m*-machine *n*-job flow-shop sequencing problem, *OMEGA – The International Journal of Management Science*, 11(1), 91-95.
- Ronconi, D.P. e Birgin, E.G.**, Mixed-integer programming models for flow shop scheduling problems minimizing the total earliness and tardiness. In: Ríos-Solís, Y.A. e Ríos-Mercado, R.Z. (Eds.) *Just-in-Time Systems*, Springer Sciences, New York, 2012.
- Shabtay, D. e Bensoussan, Y.** (2012), Maximizing the weighted number of just-in-time jobs in several two-machine scheduling systems, *Journal of Scheduling*, 15, 39-47.
- Shabtay, D. e Steiner, G.** (2012), Scheduling to maximize the number of just-in-time jobs: a survey In: Ríos-Solís, Y.A. e Ríos-Mercado, R.Z. (Eds.) *Just-in-Time Systems*, Springer Sciences, New York, 2012.
- Taillard, E.** (1993), Benchmarcks for basic scheduling problems, *European Journal of Operational Research*, 64, 278-285.

**Sessão 4 - Apresentações orais: abertura coordenador Victor C.B. Camargo.**

Algoritmo genético multiobjetivo com chaves aleatórias viesadas para o problema de escalonamento de técnicos de campo.

Autores: Ricardo de Brito Damm, Débora Pretti Ronconi.

Modelagem e resolução do problema de movimentação de contêineres em pátios portuários.

Autores: Catarina Junqueira, Aníbal Tavares de Azevedo.

Integrando os problemas de alocação de berços, atribuição e agendamento de guindastes por via de regras, algoritmo genético e simulação.

Autores: José Leonardo Takahashi, Aníbal Tavares de Azevedo.

# ALGORITMO GENÉTICO MULTIOBJETIVO COM CHAVES ALEATÓRIAS VIEZADAS PARA O PROBLEMA DE ESCALONAMENTO DE TÉCNICOS DE CAMPO

**Ricardo de Brito Damm, Débora Pretti Ronconi**

Departamento de Engenharia de Produção da Escola Politécnica da USP  
Av. Prof. Almeida Prado, 128, Cidade Universitária, 05508-070, São Paulo SP  
rbdamm@usp.br, dronconi@usp.br

## RESUMO

O problema de escalonamento de técnicos de campo consiste em programar um conjunto de tarefas que devem ser executadas por um grupo de técnicos. As tarefas estão distribuídas em uma região e têm diferentes prioridades e janelas de tempo. Os técnicos possuem habilidades distintas e diferentes horários de trabalho; cada tarefa é atendida por um único técnico. O trabalho apresenta uma abordagem multiobjetivo para o problema, procurando maximizar o número ponderado de tarefas executadas em um dia e também atender os clientes mais prioritários o mais cedo possível. É apresentado um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) e, dada a complexidade do problema, foi desenvolvido um Algoritmo Genético Multiobjetivo denominado *Biased Random-Key Multi-objective Genetic Algorithms* (BRKGA), que utiliza chaves aleatórias para codificar e decodificar as soluções. Os primeiros resultados computacionais obtidos indicam um bom desempenho do BRKGA.

**PALAVRAS CHAVE.** *Biased Random-Key Genetic Algorithms* (BRKGA), multiobjetivo, roteirização

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.7 Problemas de programação e roteirização de veículos

## 1. Introdução

Um tópico frequentemente encontrado em empresas prestadoras de serviço é o problema de escalonamento de técnicos de campo (PETC), que consiste em associar um número de tarefas (em diversos locais de uma região, com diferentes prioridades e com janelas de tempo) a uma quantidade de técnicos (com diferentes horários de expediente e com habilidades distintas), que devem retornar para o local de origem no final do expediente. Cada tarefa é atendida por um único técnico.

Entre os primeiros autores que estudaram o PETC estão Tsang e Voudouris (1997) e Xu e Chiu (2001). Em 2007, a Sociedade de Pesquisa Operacional da França (*French Operational Research Society*) e a *France Telecom* lançaram este problema como um desafio e os trabalhos de Cordeau *et al.* (2010) e Hashimoto *et al.* (2011) foram premiados. Em outra importante publicação, Kovacs *et al.* (2011) estudou uma extensão da pesquisa dos dois artigos anteriores. Recentemente, Pillac *et al.* (2012) analisaram a similaridade entre o PETC e o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (PRVJT). De fato, segundo Kovacs *et al.* (2011), Xu e Chiu (2001) e Pillac *et al.* (2012), o PETC é uma generalização do PRVJT, que é NP-difícil.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) é comentado na seção 2 e, dada a complexidade do problema, um Algoritmo Genético Multiobjetivo foi aplicado ao problema (seção 3). A seção 4 apresenta os testes computacionais e a seção 5, as conclusões e futuros passos.

## 2. Modelo de programação linear inteira mista

O modelo de programação linear inteira mista desenvolvido para o problema está baseado no trabalho de Xu e Chiu (2001). A seguir descreveremos as duas funções objetivo adotadas.

A primeira função objetivo maximiza a soma ponderada das tarefas realizadas e, secundariamente, a soma dos tempos de disponibilidade dos técnicos após o retorno à base, procurando com isso reduzir o tempo de deslocamento total e os tempos de espera para o início da execução de uma tarefa.

A segunda função objetivo procura que as tarefas prioritárias sejam atendidas o mais cedo possível. Esse objetivo – inspirado nos trabalhos de Cordeau *et al.* (2010), Hashimoto *et al.* (2011) e Cortés *et al.* (2014) – maximiza a soma ponderada da porcentagem de tempo disponível entre o fim da execução de uma tarefa e o término da sua janela de tempo. Quando uma tarefa começa a ser executada exatamente no início da sua janela de tempo, então a porcentagem será igual a 100%; quando a tarefa termina exatamente no fim da janela, a porcentagem será igual a um valor muito pequeno; quando a tarefa não for realizada, então a porcentagem será igual a zero.

## 3. Algoritmo Genético multiobjetivo com chaves aleatórias viesadas

Dada a complexidade do problema, foi desenvolvido uma versão multiobjetivo do *Biased Random-Key Genetic Algorithms* (BRKGA) (Gonçalves e Resende, 2011). Esse Algoritmo Genético representa cada indivíduo da população por um vetor com números reais aleatórios (chaves aleatórias) no intervalo [0; 1), que deverá ser decodificado por um algoritmo para transformá-lo em uma solução factível do problema.

No decodificador construído, cada tarefa corresponde a uma chave aleatória do vetor e o valor dessa chave define um técnico escolhido para a mesma tarefa e a ordem com que as tarefas de cada técnico serão introduzidas na sua rota.

Para construir o conjunto elite de cada geração, três estratégias foram utilizadas (Kouk *et al.*, 2006): *crowding distance*, densidade de vizinhança e densidade baseada em células (ou hiper-cubos). Em linhas gerais, o conjunto elite foi formado por todas as soluções da primeira fronteira e pelas soluções das fronteiras seguintes com melhor avaliação segundo as três estratégias apresentadas anteriormente (ou seja, soluções em regiões que provavelmente foram menos exploradas pela busca).

A partir dessas três estratégias, três versões do BRKGA foram desenvolvidas e denominadas: BRKGA-crowding, BRKGA-vizinhança e BRKGA-células.

## 4. Experimentos computacionais e resultados

Todos os códigos foram programados em linguagem C. Foram geradas 260 instâncias, com o número de tarefas variando entre 16 e 999 e o de técnicos, entre 2 e 166. As demais configurações de parâmetros encontram-se em Damm e Ronconi (2014).

A população inicial do BRKGA foi gerada aleatoriamente, com exceção de alguns cromossomos que codificam as soluções de heurísticas construtivas.

Para problemas de dimensões pequenas (até 39 tarefas e 3 técnicos) foram encontradas – através de enumeração completa – as soluções que formam o Pareto ótimo de 80 instâncias. A tabela 1 apresenta a porcentagem das soluções do Pareto ótimo que as diferentes versões do BRKGA encontrou. Além disso, duas outras medidas de desempenho foram calculadas:  $D_{med}$  e  $D_{max}$  (Arroyo e Armentano, 2005; Czyak e Jaskiewicz, 1998). Pode-se observar que o BRKGA-Crowding obteve de-

	BRKGA-crowding			BRKGA-vizinhança			BRKGA-célula		
	% Pareto	$D_{med}$	$D_{max}$	% Pareto	$D_{med}$	$D_{max}$	% Pareto	$D_{med}$	$D_{max}$
Média	<b>92</b>	0,002	0,018	90	<b>0,001</b>	0,012	90	<b>0,001</b>	<b>0,010</b>

Tabela 1: Comparação com Pareto Ótimo. Os números em negrito indicam as melhores médias obtidas.

sempenho superior aos outros tendo em conta a percentagem de soluções do Pareto ótimo encontrado. Já com relação a  $D_{max}$ , o resultado médio do BRKGA-Células obteve melhor desempenho.

Para as instâncias de maiores dimensões, as soluções foram comparadas com relação a um conjunto de Referência, formado pelas soluções não dominadas entre todas as soluções encontradas pelas três versões do BRKGA. Para as instâncias de maiores dimensões, o BRKGA-crowding obteve um desempenho significativamente superior aos das outras versões, pois é em média responsável pela maior parte do conjunto de referência (84%) e tem uma menor distância média entre as soluções de Referência e as soluções da última geração. Novamente o BRKGA-células obteve a menor  $D_{max}$ .

	BRKGA-crowding			BRKGA-vizinhança			BRKGA-célula		
	% Pareto	$D_{med}$	$D_{max}$	% Pareto	$D_{med}$	$D_{max}$	% Pareto	$D_{med}$	$D_{max}$
Média	<b>84</b>	<b>0,006</b>	0,061	40	0,018	0,053	39	0,017	<b>0,047</b>

Tabela 2: Comparação com conjunto Referência

## 5. Conclusões e perspectivas futuras

Este trabalho apresenta uma primeira abordagem de como construir um BRKGA multiobjetivo para o Problema de Escalonamento de Técnico de Campo. Os resultados preliminares indicam um bom desempenho, com a estratégia *crowding distance* obtendo os melhores resultados. Como perspectivas futuras, pretende-se desenvolver outras versões do BRKGA, procurando reduzir os valores das medidas  $D_{med}$  e  $D_{max}$ , e comparar esses resultados com os de algum Algoritmo Genético clássico (por exemplo, o NSGA II).

## Referências

- Arroyo, J. E. C. e Armentano, V. A. (2005), Genetic local search for multi-objective flowshop scheduling problems, *European Journal of Operational Research*, 167, 717-738.
- Cordeau, J. F., Laporte, G., Pasin, F. e Ropke, S. (2010), Scheduling technicians and tasks in a telecommunications company, *Journal of Scheduling*, 13(4), 393-409.
- Cortés, C. E., Gendreau, M., Rousseau, L. M., Souyris, S. e Weintraub, A. (2014), Branch-and-price and constraint programming for solving a real-life technician dispatching problem, *European Journal of Operational Research*, 238(1), 300-312.
- Czyak, P. e Jaskiewicz, A. (1998), Pareto simulated annealing - a metaheuristic technique for multiple objective combinatorial optimization, *Journal of Multi-Criteria Decision Making*, 7, 34-47.
- Damm, R. B. e Ronconi, D. P. (2014), Aplicação do algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas ao problema de escalonamento de técnicos de campo. *XVI Oficina Nacional de Problemas de Corte, Empacotamento, Dimensionamento de Lotes e Programação da Produção*, Caderno de resumos, 63-67.
- Gonçalves, J. F. e Resende, M. G. (2011), Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization, *Journal of Heuristics*, 17(5), 487-525.
- Hashimoto, H., Boussier, S., Vasquez, M. e Wilbaut, C. (2011), A GRASP-based approach for technicians and interventions scheduling for telecommunications, *Annals of Operations Research*, 183(1), 143-161.
- Konak, A., Coit, D. W. e Smith, A. E. (2006), Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial, *Reliability Engineering & System Safety*, 91(9), 992-1007.
- Kovacs, A. A., Parragh, S. N., Doerner, K. F. e Hartl, R. F. (2012), Adaptive large neighborhood search for service technician routing and scheduling problems, *Journal of Scheduling*, 15(5), 579-600.
- Pillac, V., Gueret, C. e Medaglia, A. L. (2013), A parallel matheuristic for the technician routing and scheduling problem, *Optimization Letters*, 7(7), 1525-1535.

**Tsang, E. e Voudouris, C.** (1997), Fast local search and guided local search and their application to British Telecom's workforce scheduling problem, *Operations Research Letters*, 20(3), 119-127.

**Xu, J. e Chiu, S. Y.** (2001), Effective heuristic procedures for a field technician scheduling problem, *Journal of Heuristics*, 7(5), 495-509.

# MODELAGEM E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE MOVIMENTAÇÃO DE CONTÊINERES EM PÁTIOS PORTUÁRIOS

## **Catarina Junqueira**

Mestrado em Pesquisa Operacional - Faculdade de Ciências Aplicadas / Universidade Estadual de Campinas  
R. Pedro Zaccaria, 1300 - Caixa Postal 1068, CEP 13484-350 - Limeira - São Paulo  
catarinajunqueira@hotmail.com

## **Aníbal Tavares de Azevedo**

Faculdade de Ciências Aplicadas / Universidade Estadual de Campinas  
R. Pedro Zaccaria, 1300 - Caixa Postal 1068, CEP 13484-350 - Limeira - São Paulo  
anibal.azevedo@fca.unicamp.br

## RESUMO

Terminais contêineres servem como centros para a circulação de mercadorias contêinerizadas e sua eficiência é essencial para permitir o incremento do fluxo de contêineres em uma cadeia global de suprimentos. Neste trabalho, é descrito o problema de movimentação de contêineres em pátios portuários, que na literatura é provado ser NP-Completo, e é proposta a adaptação de um método que já foi empregado com sucesso na resolução do problema do plano de estiva: a representação por regras (AZEVEDO *et al.*, 2011). As regras definem como vai ocorrer a sequência de retirada dos contêineres para posterior carregamento no navio e tem como objetivo reduzir o número de movimentos desnecessários. A contribuição prática dar-se-á pela redução na quantidade de informações necessárias para se representar a tomada de decisões através de um modelo matemático. Além disso, a representação por regras assegura a geração de soluções factíveis. São apresentados os resultados obtidos com exemplos numéricos.

**PALAVRAS CHAVE.** Contêiner, Pátio Portuário, Movimentação.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** Este trabalho está relacionado com a área temática A.5 Problemas de carregamento de caixas em paletes e contêineres.

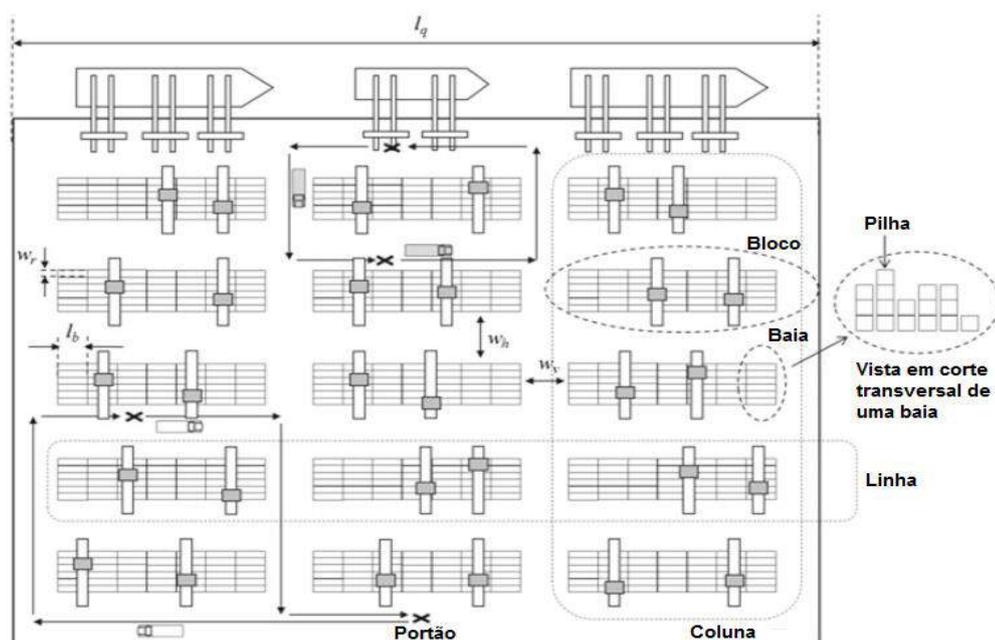
## 1. Introdução

Com o desenvolvimento do comércio internacional e a diversificação da cadeia de suprimentos, terminais contêineres tem representado um importante papel no transporte marítimo mundial. Segundo a UNCTAD (2013), o transporte internacional de contêineres representa cerca de 17% do transporte mundial de cargas em toneladas, entretanto, em valores, as cargas contêinerizadas, representam 52% do valor total em dólares.

Apesar da crise econômica, o segmento de transporte de cargas em contêineres tem crescido nos últimos anos, e há perspectivas de aumento de demanda. Desta forma, entender as características, incertezas e complexidades das operações em terminais contêineres e, com isso, propor eficientes ferramentas de suporte à tomada de decisão, passam a serem peças fundamentais na capacidade de atendimento e nos custos desse serviço, além da manutenção da competitividade e da eficiência portuária.

Isso significa que devem haver melhorias técnicas tais que grandes quantidades de contêineres sejam manuseadas em um curto espaço de tempo, com um uso mínimo de equipamentos, garantindo, de forma rápida e eficiente o fluxo de contêineres dentro de um terminal portuário.

Neste contexto, o pátio é definido como o local onde os contêineres ficam estocados temporariamente até que sejam embarcados em um navio, caminhão ou trem, e a movimentação de contêineres no pátio como o carregamento e descarregamento de contêineres no pátio do porto para embarque nos navios ou o despacho para caminhões e trens (GUAN *et al.*, 2013; STEENKEN *et al.*, 2004 e STAHLBOCK e VOSS, 2008). O problema de movimentação no pátio pode ser melhor visualizado na figura 1, a seguir.



**Fig. 1:** Disposição de contêineres em um pátio portuário. Fonte: Adaptado de LEE e KIM, 2013.

A organização dos contêineres em pilhas implica que só é possível acessar um contêiner por meio de uma pilha específica. Assim, para se retirar um contêiner dois casos podem ocorrer:

- (i) Não existem contêineres imediatamente acima ou se existem outros contêineres eles também devem ser desembarcados no porto atual.
- (ii) Existem contêineres imediatamente acima e estes só deveriam ser retirados em portos adiante. Eles serão movidos, para permitir a retirada do contêiner que deve ficar no porto atual, mas deverão ser devolvidos ao navio. O movimento de retirada e devolução de um contêiner para um navio é dito remanejamento.

Nesse contexto, levando em consideração que os modelos matemáticos derivados para tais problemas assumem grande complexidade mesmo para instâncias de pequeno porte, como demonstrado por Caserta, Schwarze e VoSS (2012), a proposta deste trabalho é aplicar um método de resolução alternativo ao problema de movimentação de contêineres no pátio portuário inspirado na representação por regras de Azevedo *et al.* (2011), que já foi empregado com sucesso na resolução do problema do plano de estiva. O problema de movimentação de contêineres no pátio portuário pode aproveitar do mesmo conhecimento empregado para a resolução do problema do plano de estiva, pois há diversas características similares ao obrigar a organização dos contêineres em pilhas, como por exemplo, a restrição de que um contêiner só pode ser acessado pelo topo.

## 2. Descrição do Problema

As seguintes considerações foram adotadas:

1. Os contêineres são uniformes e seu navio de destino é conhecido;
2. Os contêineres são acessíveis apenas do topo;
3. A ordem de retirada dos contêineres é conhecida;
4. Em caso de remanejamentos, um contêiner deve ser alocado na mesma área de armazenamento, no topo de outro contêiner, ou no chão;
5. Enquanto os contêineres estão sendo retirados ou remanejados na área de armazenamento, não há novos contêineres sendo colocados nesta área;
6. Para que os contêineres possam ser remanejados, é assumido que exista pelo menos um espaço vazio na baía, logo:  $R \times C \geq N + (C-1)$ , onde  $N$  é o número de contêineres, onde  $R$  é o número de linhas,  $C$  é o número de colunas. A área de armazenamento pode alocar no máximo  $R \times C$  contêineres, e ter  $C-1$  espaços vazios garante acessibilidade a qualquer contêiner na baía Caserta, Schwarze e VoSS (2012).
7. Quando os contêineres foram alocados na área de armazenamento, a sequência de retirada não era conhecida e, portanto, estão armazenados de forma aleatória;
8. Cada posição  $(i,j)$  está ocupada por apenas um contêiner;
9. Não existem “contêineres flutuantes”, ou seja, um contêiner só é alocado acima de uma posição preenchida por outro contêiner;
10. A ordem de chegada dos navios no porto é conhecida.

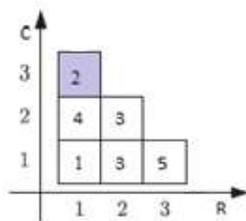
A seguir é descrito o método utilizado para a resolução do problema de movimentação no pátio.

## 3. Método

Na figura 1 viu-se que no pátio os contêineres são empilhados verticalmente, fazendo com que essa estrutura celular possa ser representada por meio de um vetor de matrizes. Esse vetor representa os espaços ocupados pelos contêineres, fornece suas localizações e a quantidade de espaços disponíveis. Essa matriz é chamada de matriz de ocupação  $P$ .

Para ilustrar a matriz  $P$ , considere uma dada configuração inicial com uma única baía. A baía tem  $R$  linhas horizontais numeradas  $r = 1, 2, \dots, R$ , (a linha 1 é a linha que está em baixo, e a linha  $R$  é a linha do topo da pilha),  $C$  colunas verticais numeradas  $c = 1, 2, \dots, C$  (coluna 1 é a primeira coluna da esquerda). Cada baía pode alocar no máximo  $R \times C$  contêineres.

A figura 2 ilustra uma matriz de ocupação  $P$ , onde os números indicam a ordem de retirada dos contêineres.



**Fig. 2:** Representação de um pátio portuário. Fonte: Elaboração Própria.

Note que, para se retirar o contêiner 1, os contêineres 2 e 4 precisam ser remanejados. Para isso, é utilizada a representação por regras, que definem como será a feita a sequência de retirada e tem a grande vantagem de utilizar uma representação bastante compacta que assegura a geração de soluções factíveis e ainda possibilitam a possibilidade de inserção do conhecimento do tomador de decisões do porto.

Logo, o objetivo ao se utilizar essa representação é reduzir o número de movimentos

desnecessários, sem ter que empregar um modelo binário que seja limitado à resolução de instâncias de pequeno porte.

Foram desenvolvidas oito diferentes regras, que são explicadas individualmente a seguir.

**Regra Rt1:** Esta regra escolhe a menor combinação (R,C) para mover o contêiner que precise ser remanejado, sendo que o menor C é priorizado antes do menor R, ou seja, a regra percorre a matriz de ocupação em busca de espaços vazios para remanejar um contêiner, começando pela parte inferior, indo da primeira linha até a última linha, da esquerda para direita. Caso um contêiner esteja no topo da coluna é retirado com apenas um movimento, sem necessidade de remanejamentos. Terminada a retirada do contêiner com destino ao primeiro navio, o procedimento é repetido para os contêineres com destino aos navios seguintes.

**Regra Rt2:** Esta regra escolhe a menor combinação (R,C) para mover o contêiner que precise ser remanejado, sendo que o menor R é priorizado antes do menor C, ou seja, a regra percorre a matriz de ocupação em busca de espaços vazios para remanejar um contêiner, começando pela parte inferior, indo da primeira coluna até a última coluna, de baixo para cima. Caso um contêiner esteja no topo, é retirado com apenas um movimento, sem necessidade de remanejamentos.

**Regra Rt3:** Esta regra percorre a matriz da mesma forma que a regra Rt1, porém verificando se a posição selecionada para remanejar um contêiner encontra-se imediatamente acima de um contêiner que será retirado antes dele. Caso isso ocorra, a posição é rejeitada e o contêiner é remanejado para a próxima posição vazia disponível. Se não houverem posições vazias que cumpram esse requisito, o contêiner é armazenado na primeira posição “menos pior”, ou seja, com o maior índice. Por exemplo, se um contêiner com destino ao navio 4 precise ser remanejado e existam posições vazias apenas acima de contêineres com destino aos navios 2 e 3, a regra o colocará em cima do contêiner com destino ao terceiro navio.

**Regra Rt4:** Esta regra percorre a matriz da mesma forma que a regra Rt2, porém, assim como a regra Rt3, verificando se a posição selecionada para remanejar um contêiner encontra-se imediatamente acima de um contêiner que será retirado antes dele.

**Regra Rt5:** Esta regra é o espelho da regra Rt1. A matriz de ocupação é percorrida por linha, começando pela parte inferior, indo da primeira linha até a última linha, da direita para a esquerda.

**Regra Rt6:** Esta regra é o espelho da regra Rt2. A matriz de ocupação é percorrida por coluna, começando pela parte inferior, indo da primeira coluna até a última coluna, da direita para a esquerda.

**Regra Rt7:** Nesta regra, a matriz é percorrida da mesma forma que na regra Rt5, porém, verificando se a posição selecionada para remanejar um contêiner encontra-se imediatamente acima de um contêiner que será retirado antes dele.

**Regra Rt8:** Nesta regra, a matriz é percorrida da mesma forma que na regra Rt6, porém, verificando se a posição selecionada para remanejar um contêiner encontra-se imediatamente acima de um contêiner que será retirado antes dele.

Testes numéricos com pátios aleatórios de até 10 mil contêineres foram realizados e os resultados mostraram que, ao se comparar os resultados obtidos por Caserta, Schwarze e VoSS (2012), a metodologia utilizada neste trabalho atingiu valores para a função objetivo notavelmente menores, ou seja, menor número de movimentos. Os resultados são apresentados a seguir.

#### 4. Resultados

As tabelas 1 e 2 mostram os resultados obtidos por cada regra Rt, para cada cenário gerado aleatoriamente. Nelas estão identificados o cenário, o número mínimo de movimentos a serem realizados com os contêineres (*NMin*), valores da função objetivo em termos de número total de movimentos realizados pela regra para retirar todos os contêineres do pátio (*FO*) e tempo computacional gasto em segundos (*T*). Para o cálculo do número mínimo de movimentos, assume-se que o pátio é ideal, ou seja, é possível acessar um contêiner com apenas um movimento. Por

exemplo, em um pátio de 200 contêineres, o número mínimo de movimentos é 200. O software utilizado para os testes foi o Matlab 7.10.0 (R2010a), em um computador Intel® Core™ i5 4ª Geração 2.7 GHz, 8GB RAM, Windows 8.

TABELA 1: Resultados dos Testes Numéricos para as Regras de Retirada Rt1 a Rt4.

Regras de Retirada									
Cenário	NMin	Rt1		Rt2		Rt3		Rt4	
		FO	T	FO	T	FO	T	FO	T
1	15	20	2,45	22	2,65	20	2,27	20	2,48
2	45	71	2,58	82	2,39	67	2,51	66	2,52
3	55	83	2,83	88	2,79	79	2,40	82	2,80
4	120	235	2,79	240	2,74	218	2,75	200	2,55
5	265	535	4,19	602	5,90	497	3,91	458	3,82
6	800	1933	38,13	2019	59,95	1800	29,64	1473	23,69
7	2310	6409	372,55	6497	451,79	5887	275,53	4780	202,20
8	8420	19960	180,83	21125	2.316,84	17669	1109,70	15690	903,08
9	10973	27048	4063,33	27144	5.056,75	25974	2882,22	20968	2105,66

Fonte: Elaboração própria.

TABELA 2: Resultados dos Testes Numéricos para as Regras de Retirada Rt5 a Rt8.

Regras de Retirada									
Cenário	NMin	Rt5		Rt6		Rt7		Rt8	
		FO	T	FO	T	FO	T	FO	T
1	15	19	2,41	20	2,62	19	2,62	19	2,61
2	45	73	2,89	81	2,82	69	2,82	67	2,68
3	55	82	2,77	93	2,54	79	2,87	84	2,67
4	120	223	2,84	250	3,17	212	3,17	211	2,41
5	265	536	5,08	580	5,85	506	5,85	456	3,49
6	800	1940	44,21	2059	50,35	1751	50,35	1550	25,97
7	2310	6377	430,64	6479	453,26	5706	453,26	4533	182,67
8	8420	20002	1871,54	21000	2336,46	17727	1195,58	15433	861,63
9	10973	27037	5337,89	27148	5442,14	26166	3463,88	21336	2147,97

Fonte: Elaboração própria.

Possíveis pontos para serem discutidos na oficina são como reduzir o tempo computacional exigido para a execução das regras utilizadas e ainda a discussão de novas regras a serem desenvolvidas.

## Referências

- Azevedo, A. T., Ribeiro, C. M., Neto, L. L. S., Silva, M. P. E. e Silvestre, M. C.,** Resolução do problema de carregamento e descarregamento 3D de contêineres em terminais portuários, via representação por regras e algoritmo genético. *GEPROS. Gestão da Produção, Operações e Sistemas* – Ano 6, nº 4, 91-110, Out-Dez/2011.
- Caserta, M., Schwarze, S. e VoSS, S.** A mathematical formulation and complexity consideration for blocks relocation problem. *European Journal of Operational Research*, 219 96-104, 2012.
- Guan, Y., Yang, K-H. e Zhou, Z.,** The Crane Scheduling: models and solution approaches, *Annals of Operations Research*, 203: 119-139, 2013.
- Stahlbock, R. e Voss, S.,** Operations research at container terminals: a literature update, *OR Spectrum*, 30 (1) 1–52, 2008.
- Steenken, D., Voss, S. e Stahlbock, R.,** Container terminal operation and operations research - a classification and literature review, *OR Spectrum*, 26 (1) 3–49, 2004.
- United Nations Conference on Trade and Development (UNCTAD),** Review of maritime transport, 2013. Foreword.
- Lee, B. K. e Kim, .H.** Optimizing the yard layout in container terminals, *OR Spectrum*, 35 (2) 363–398, 2013.

# INTEGRANDO OS PROBLEMAS DE ALOCAÇÃO DE BERÇOS, ATRIBUIÇÃO E AGENDAMENTO DE GUINDASTES POR VIA DE REGRAS, ALGORITMO GENÉTICO E SIMULAÇÃO

**José Leonardo Takahashi**

Faculdade de Ciências Aplicadas - UNICAMP  
Rua Pedro Zaccaria, 1300, Limeira - SP, 13484-350  
jleotakahashi@gmail.com

**Anibal Tavares de Azevedo**

Faculdade de Ciências Aplicadas - UNICAMP  
Rua Pedro Zaccaria, 1300, Limeira - SP, 13484-350  
anibal.azevedo@fca.unicamp.br

## RESUMO

Este trabalho tem como finalidade a criação de uma ferramenta que auxilia o gerenciamento de um porto, buscando encontrar uma solução para problemas portuários complexos, o que os tornam muito difíceis de modelar matematicamente. Esta abordagem trata o problema de alocação de navios em berços distintos (Berth Allocation Problem - BAP) vinculado aos problemas de designação de guindastes entre os berços (Quay Crane Assignment Problem – QCAP) e movimentação de guindastes de descarregamento entre as baias dos navios (Quay Crane Scheduling Problem - QCSP). Para tal, serão utilizadas diversas bases teóricas relacionadas a problemas portuários para a criação de um novo modelo utilizando a metaheurística algoritmo genético e simulação por via de regras. A veracidade do modelo é medida no nível de detalhamento dos parâmetros reais utilizados na simulação.

**PALAVRAS CHAVE.** Gerenciamento de Portos, Movimentação de máquinas, Descarregamento de Baias.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** C3.

## 1. Introdução

Este trabalho traz uma abordagem semelhante a algumas representações do problema de roteamento de veículos integrado a um problema de carregamento ou descarregamento (Tema C3). Esta semelhança permite que a modelagem de simulação feita neste artigo seja utilizada para múltiplos problemas da área.

A eficiência de um terminal portuário é essencial para permitir o incremento do fluxo de contêineres em uma cadeia global de suprimento. De acordo com Guan et al., (2013); Steenken et al., (2004), as operações de um terminal de contêineres podem ser divididas em 5 problemas principais:

- *Berth allocation problem (BAP)*: Programação da atribuição de berços para o atendimento de navios;
- *Stowage planning*: Carregamento e descarregamento de contêineres entre um navio e um berço do porto por meio de um guindaste portuário (*Quay Crane*);
- *Crane Split*: Atribuição (*Quay Crane Assignment Problem – QCAP*) e agendamento de guindastes portuários (*Quay Crane Scheduling Problem - QCSP*) para cada baía do navio;

- *Quayside transport*: Transporte dos contêineres de cada berço para o pátio do porto por meio de máquinas apropriadas;
- *Landside transport*: Carregamento e descarregamento de contêineres no pátio do porto (embarque nos navios ou o despacho para caminhões e trens).

Em Bierthwirth e Meisel (2010) foi levantada uma grande base bibliográfica sobre como estes problemas portuários são abordados pelos pesquisadores da atualidade. Um ponto importante é ressaltado para as abordagens que tratam os problemas de forma integrada, oferecendo uma maior riqueza de detalhes na representação do porto em si, trazendo mais veracidade ao resultado da pesquisa. Com isso, foi visto que somente o problema de alocação de navios em berços de descarregamento (BAP) não poderia mais ser tratado de forma isolada, pois o tempo total de processo de um navio depende do número de guindastes alocados a ele (QCAP) e como se movimentam os guindastes ao longo das baias do navio (QCSP). Existem outros aspectos que devem ser levados em consideração no tempo de atracação do navio em um berço. Um primeiro aspecto consiste em considerar todo o maquinário necessário para carregar ou descarregar os contêineres de um navio para o pátio porto ou vice-versa.

Além disso, um navio porta-contêiner possui uma estrutura celular, isto é um conjunto de *slots*. Para elaborar uma programação do carregamento e descarregamento de um navio, ao invés de se considerar cada *slot*, pode-se agrupar estes em baias. Neste sentido, é importante determinar como se resolver o problema *Crane Split*, isto é, o problema de se atribuir e agendar guindastes para baias dos navios ao longo do tempo.

Desta maneira, os guindastes podem se locomover em um trilho, descarregando as baias, até que o navio tenha seu descarregamento completo (QCSP). Um ponto a se destacar deste problema é a distância de segurança que deve ser mantida entre os guindastes para que não haja colisões. Sendo assim, um guindaste que termina o descarregamento de sua baia, deve esperar até que o guindaste seguinte fique a uma margem de distância aceitável (factível) para a sua locomoção.

## 2. Objetivo

O presente artigo tem como finalidade a introdução de uma ferramenta que auxilia o gerenciamento de um porto, buscando encontrar uma solução para o problema de alocação de navios em berços distintos (Berth Allocation Problem - BAP) vinculado aos problemas de designação (Quay Crane Assignment Problem – QCAP) e movimentação de guindastes de descarregamento entre as baias dos navios (Quay Crane Scheduling Problem - QCSP). Para tal, serão utilizadas diversas bases teóricas relacionadas a problemas portuários para a criação de um novo modelo utilizando a metaheurística algoritmo genético e simulação por via de regras. A observação de padrões e características reais serão relevantes à pesquisa.

## 3. Metodologia

A pesquisa possui caráter aplicado, pois envolve a criação de uma ferramenta que auxiliará na resolução de casos específicos para cada tipo de porto. O presente estudo abordará o Terminal de Praia Mole como estudo de caso. As variáveis de decisão e os resultados gerados serão de caráter quantitativo, onde será possível avaliar facilmente os melhores resultados. Este estudo irá explorar como se comporta o tempo de processamento de navios em relação, não apenas ao número de guindastes alocados, mas também à posição de cada guindaste em cada baia do navio ao longo do tempo. A resolução será dada por meio do uso de algoritmo genético para otimizar a ordem de atendimento dos navios em cada berço (BAP), e simulação por via de regras que resolvem, assim, os problemas QCAP e QCSP. A simulação substitui a modelagem matemática para permitir que o tempo de processamento do algoritmo genético seja melhor aproveitado e facilitação de soluções factíveis.

Para o atual problema, algumas adaptações foram feitas para a simulação deste porto. Assim como em Fu, et al. (2014), algumas premissas serão assumidas para simplificação do problema, sendo parte delas as premissas feitas por Fu, et al. (2014) e algumas características novas:

Algumas premissas de Fu, et al. (2014):

- Guindastes podem ser movidos entre as baias do navio durante o processo de descarregamento;
- Guindastes têm taxas de trabalho idênticas;
- É permitida a movimentação bidirecional dos guindastes;
- Os guindastes estão posicionados em um único trilho; portanto, eles não podem trocar de posição entre si;
- As margens de segurança entre guindastes são consideradas;
- As posições de atracação das embarcações são dadas;
- O tempo de deslocamento dos guindastes não é considerado.

Premissas adicionais exclusivas para este trabalho:

- Todo navio possui o mesmo número de baias, no caso, 5 baias;
- Portanto, o cais completo possui 11 posições (5 baias para cada um dos 2 berços + 1 espaço de segurança entre eles);
- O descarregamento é feito em horas inteiras;
- Os guindastes são atribuídos e movimentados a partir de regras preestabelecidas;
- O número de vezes que os guindastes se movimentam é considerado como critério de desempate para indivíduos com mesmo tempo de processamento.
- As embarcações *não* têm prioridades diferentes. O quesito para a mudança de regra está vinculado ao trabalho total a ser realizado nos berços.

#### 4. Resultados Obtidos

Um exemplo com 5 navios é dado a seguir pela Figura 1, onde se encontram dados como horário de chegada e horário máximo para saída do navio, assim como a carga total de cada navio:

	Chegada	Saída	Carga
1	1	18	21 461
2	2	21	18 298
3	6	23	19 789
4	8	26	24 875
5	4	26	26 334

**Figura 1:** Tabela com dados dos navios.

A solução é obtida pela melhor configuração de navios nos berços que foi encontrada. Para este exemplo, a melhor configuração é dada na Figura 2 a seguir:

Navios	Infactível	Hora Final
{1, 2, 0, 5, 4, 3}	0	22.0006

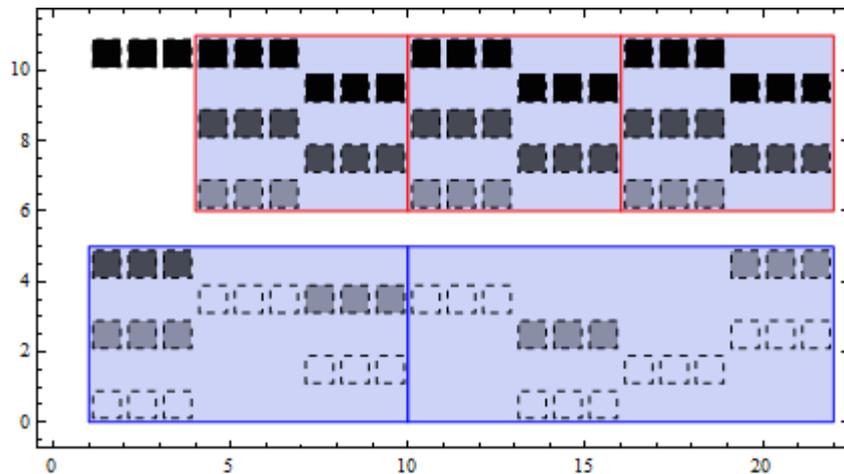
**Figura 2:** Melhor configuração encontrada para o exemplo.

A solução mostra que existem 2 navios no berço 1 (antes do algarismo 0) e 3 navios no berço 2. A solução é factível, pois no campo de infactibilidade tem-se o valor 0 nesta configuração. O tempo total de processo é de 21 horas (com início na hora 1 e fim na hora 22), com 6 mudanças efetivas de guindaste. As posições de cada guindaste são mostradas da seguinte maneira:

	Baia	Regra
1	{1, 3, 5, 11}	{1, 0, 0}
2	{1, 3, 5, 11}	{1, 0, 0}
3	{1, 3, 5, 11}	{1, 0, 0}
4	{4, 7, 9, 11}	{0, 1, 0}
5	{4, 7, 9, 11}	{0, 1, 0}
6	{4, 7, 9, 11}	{0, 1, 0}
7	{2, 4, 8, 10}	{0, 1, 0}
8	{2, 4, 8, 10}	{0, 1, 0}
9	{2, 4, 8, 10}	{0, 1, 0}
10	{4, 7, 9, 11}	{0, 1, 0}
11	{4, 7, 9, 11}	{0, 1, 0}
12	{4, 7, 9, 11}	{0, 1, 0}
13	{1, 3, 8, 10}	{0, 0, 1}
14	{1, 3, 8, 10}	{0, 0, 1}
15	{1, 3, 8, 10}	{0, 0, 1}
16	{2, 7, 9, 11}	{0, 1, 0}
17	{2, 7, 9, 11}	{0, 1, 0}
18	{2, 7, 9, 11}	{0, 1, 0}
19	{3, 5, 8, 10}	{0, 0, 1}
20	{3, 5, 8, 10}	{0, 0, 1}
21	{3, 5, 8, 10}	{0, 0, 1}

**Figura 3:** Tabela de posições dos guindastes em cada hora.

A primeira coluna da tabela indica a posição (baia) que os guindastes 1,2,3 e 4 se encontram em cada hora (linha). A segunda coluna indica em qual regra (regra 1, regra 2, regra 3) o porto estava sendo operado em cada hora, sendo o valor 1 indicando que a regra estava sendo exercida e 0 caso contrário. Neste caso, apenas nas primeiras 3 horas a regra 1 foi operada, passando a operar a regra 2 para os momentos de 4 até 12 horas. A regra 3 foi utilizada em alternância com a regra 2 no fim do processo. Para melhor visualização do tempo de processo dos navios e posicionamento dos guindastes, a solução encontrada é exibida na Figura 4 a seguir:



**Figura 4:** Gráfico de Resultados.

O gráfico pode ser interpretado da seguinte maneira:

- O eixo da abscissa é dado pela grandeza Tempo (em horas), indicando o tempo que cada navio permanece no berço.
- O eixo da ordenada indica o espaço que o navio ocupa no berço. Pode-se notar que o berço 1 se dá entre o intervalo [0,5] (navios em azul) e o berço 2 entre o intervalo [6,11] (navios em vermelho).
- Os guindastes possuem cores diferentes. O guindaste 1 é apresentado com opacidade 0%,

ou seja, é completamente transparente. A porcentagem de opacidade aumenta conforme o número do guindaste avança, sendo o guindaste 4 o mais opaco com 100% de opacidade.

## 5. Conclusão

O algoritmo se mostrou hábil para resolução de instâncias aleatórias com restrições fortes. O principal objetivo do experimento foi cumprido, representando a elaboração de um mecanismo de resolução de instâncias abordando tanto o problema de alocação de berços, como o problema de alocação e movimentação de guindastes de descarregamento. Para trabalhos futuros será necessária a introdução da chegada da carga ao pátio de descarregamento e, também, a movimentação da carga do pátio para os trens de carga, assim como a elaboração de mais regras de movimentação de guindastes.

Vale ressaltar que este trabalho apenas criou uma proposta de abordagem sobre a integração destes problemas. A complexidade deste modelo aumenta conforme os detalhes mais relevantes sobre o comportamento real das operações é modelado. Com base nesta dificuldade, foi possível notar que o auxílio de simulação e a utilização de regras reduzem as infactibilidades que seriam altamente complexas para o modelo matemático formal. Com esta motivação, um estudo futuro no melhoramento das regras de posicionamento dos guindastes no cais, assim como sua movimentação ao longo das baías deve ser diversificada para melhor abrangência de soluções.

## Agradecimentos

Agradecimento para a agência Fapesp e à empresa Vale, pelo apoio no processo 2014/05424-6.

## Referências

- Bierwirth, Christian, and Frank Meisel.** (2010), “A Survey of Berth Allocation and Quay Crane Scheduling Problems in Container Terminals.” *European Journal of Operational Research* 202(3): 615–27. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.031>.
- Fu, Yi Min, Ali Diabat, and I. Tsung Tsai.** (2014), “A Multi-Vessel Quay Crane Assignment and Scheduling Problem: Formulation and Heuristic Solution Approach.” *Expert Systems with Applications* 41(15): 6959–65. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2014.05.002>.
- Guan, Y., Yang, K-H., Zhou, Z.** (2013), “The Crane Scheduling: models and solution approaches”, *Annals of Operations Research* 203, p. 119-139.
- Steenken, Dirk, Stefan Voß, and Robert Stahlbock.** (2004), “Container Terminal Operation and Operations Research - A Classification and Literature Review.” *Container Terminals and Automated Transport Systems: Logistics Control Issues and Quantitative Decision Support*: 3–49.

**Sessão 5 - Apresentações orais: abertura coordenador Pedro Munari.**

Abordagens metaheurísticas para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores.

Autores: Aldair Álvarez Díaz, Pedro Munari.

Abordagens heurísticas para um problema de roteirização de navios com controle de estoque.

Autores: Amélia Stanzani, Vitória Pureza, Reinaldo Morabito Neto.

Roteamento de veículos com restrições de recarga: um estudo de caso em uma empresa de laticínios.

Rayra Brandão da Lima, Vitória Pureza.

Problema de roteamento de veículos com janelas de tempo, frota mista e custos escalonados.

João Luiz Veiga Manguino, Débora Pretti Ronconi.

# ABORDAGENS METAHEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM JANELAS DE TEMPO E MÚLTIPLOS ENTREGADORES

**Aldair Álvarez**

Departamento de Engenharia de Produção - UFSCar.  
Rod. Washington Luiz, Km 235, CEP 13565-905, São Carlos, SP, Brasil.  
aldair@dep.ufscar.br

**Pedro Munari**

Departamento de Engenharia de Produção - UFSCar.  
Rod. Washington Luiz, Km 235, CEP 13565-905, São Carlos, SP, Brasil.  
munari@dep.ufscar.br

## RESUMO

Neste trabalho, tratamos o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores, uma variante do problema de roteamento de veículos com janelas de tempo que, além das decisões de programação e roteamento dos veículos, envolve a determinação do tamanho da tripulação de cada veículo. Esse problema surge na distribuição de bens em centros urbanos bastante congestionados, onde, devido aos tempos de serviço relativamente longos, pode ser difícil atender a todos os clientes durante o horário normal de trabalho. Dessa forma, o objetivo é definir rotas para atender *clusters* de clientes minimizando o número de veículos usados, o número de entregadores designados e a distância total percorrida. Para abordar o problema são propostas duas abordagens metaheurísticas baseadas em Busca Local Iterada (ILS) e Busca em Vizinhança Grande (LNS). O desempenho das abordagens propostas é testado utilizando conjuntos de instâncias disponíveis na literatura.

**PALAVRAS CHAVE.** Roteamento de veículos com múltiplos entregadores. Busca Local Iterada. Busca em Vizinhança Grande.

## B.7

### 1. Introdução

Processos de transporte estão envolvidos em múltiplas formas nos sistemas de produção, especialmente naqueles que envolvem atividades de distribuição. Tais processos têm impacto na competitividade e nos níveis de serviço das indústrias. Por exemplo, processos de transporte podem representar entre 10% e 20% dos custos finais dos bens produzidos por uma empresa (Toth & Vigo, 2002). Adicionalmente, estima-se que os custos de distribuição podem representar até três quartos dos custos de logística de uma organização (Bräysy & Gendreau, 2005), tornando necessário investir esforços para o aprimoramento desses processos. Dentre as atividades de distribuição encontra-se o problema roteamento de veículos (PRV); um problema que é parte importante da gestão eficiente das operações das organizações.

Recentemente, alguns estudos foram apresentados na literatura explorando uma nova variante do PRV, que envolve decisões de alocação do tamanho da tripulação nos veículos (Pureza et al., 2012; Ferreira & Pureza, 2012). Esta variante, chamada de problema de roteamento de veículos com múltiplos entregadores (PRVME), tem aplicações em muitos contextos industriais, principalmente em situações nas quais se faz necessária a entrega regular de produtos

em centros urbanos bastante congestionados. Exemplos típicos são fábricas de refrigerantes, cervejas e cigarros, cujos clientes tipicamente se encontram em regiões com alta concentração comercial. Assim, os veículos estacionam em pontos estratégicos de uma região que possua um grupo de clientes, e as entregas são feitas a pé até esses clientes. Com isso, o tempo de serviço no cliente pode ser relativamente longo quando realizado por apenas um entregador. Em contextos assim, o uso de múltiplos entregadores se torna importante, pois reduz o tempo de serviço em cada cliente e agiliza a entrega dos produtos.

Apesar da importância prática desta variante, existem poucos trabalhos na literatura abordando o problema. Por isso, no presente trabalho propomos duas abordagens metaheurísticas para solucionar o problema baseadas nas metaheurística Busca Local Iterada (ILS) e Busca em Vizinhança Grande (LNS), respectivamente. Usando instâncias propostas na literatura comparamos o desempenho das abordagens assim como também seu desempenho é comparado com outras abordagens metaheurísticas encontradas na literatura.

## 2. Descrição do problema

Formalmente, o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores (PRVJTME) pode ser definido como segue. Dada uma frota de veículos disponível em um único depósito, ela deve ser usada para visitar  $n$  *clusters* de modo a atender as demandas  $d_i$  de cada um deles,  $i = 1, \dots, n$ . O objetivo principal é determinar rotas que tenham custo total mínimo e satisfaçam os seguintes requisitos: cada *cluster* deve ser visitado exatamente uma única vez e a visita deve satisfazer a janela de tempo  $[w_i^a, w_i^b]$ , isto é, o veículo não pode chegar no *cluster* após o instante  $w_i^b$  e deve esperar até  $w_i^a$  para iniciar o serviço, caso chegue antes deste instante. O tempo de serviço necessário para atender o *cluster*  $i$  com  $l$  entregadores é conhecido *a priori* e denotado por  $s_{il}$ . O tempo de viagem entre dois *clusters*  $i$  e  $j$  é dado por  $t_{ij}$ . Os veículos devem retornar ao depósito após realizarem as rotas designadas. Cada veículo tem uma capacidade máxima  $q$ . Assume-se que os veículos sejam idênticos e que haja um número suficiente de veículos para atender a demanda de todos os *clusters*.

A função que define o custo de uma solução  $S$  é definida como

$$f(S) = p_1V + p_2E + p_3D \quad (1)$$

onde  $V$  é o número de veículos usados,  $E$  é o número total de entregadores e  $D$  é a distância total percorrida na solução  $S$ . Os valores  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  são os custos por veículo usado, entregador designado e unidade de distância percorrida, respectivamente. Os custos serão definidos com os mesmos valores que os propostos em Pureza et al. (2012):  $p_1 = 1,0$ ;  $p_2 = 0,1$  e  $p_3 = 0,0001$ ; priorizando a minimização do número de veículos seguido do número de entregadores e finalmente da distância total percorrida.

## 3. Métodos de solução

As duas abordagens metaheurísticas propostas são baseadas nas metaheurísticas Busca Local Iterada e Busca em Vizinhança Grande, respectivamente. Ambas abordagens utilizam a mesma heurística de construção. Esta seção descreve resumidamente essas abordagens.

### 3.1. Heurística construtiva

A heurística construtiva utilizada foi a heurística usada por Senarclens & Reimann (2014), a qual é baseada na heurística de inserção II de Solomon (1987), inicializando as rotas

com o *cluster* mais distante em relação ao depósito e que ainda não foi atendido, definindo a tripulação do veículo como a máxima tripulação possível (3 entregadores). Uma vez que não podem ser inseridos mais clientes, uma nova rota é inicializada, repetindo o processo até que todos os clientes sejam atendidos.

### 3.2. Abordagem metaheurística baseada em ILS

Na abordagem ILS proposta, a solução inicial gerada pela heurística construtiva é melhorada por meio da aplicação de uma metaheurística ILS e um conjunto de heurísticas de melhoria adicionais. A metaheurística ILS foi implementada de forma que pode ser usada tanto na redução de veículos quanto na redução da distância total percorrida.

A ideia por trás de ILS é não focar a busca no espaço de soluções completo, mas focar-se no conjunto de ótimos locais do espaço. Em nossa implementação a busca local é realizada por meio de uma heurística de Busca de Vizinhança Variável com ordenação aleatória (RVND). Esta heurística aplica iterativamente um conjunto de buscas locais simples, conhecidas como estruturas de vizinhança, para tentar melhorar a solução incumbente. No algoritmo proposto um conjunto de oito estruturas de busca local foram utilizadas, a saber, **Shift (1,0)**, **Shift (2,0)**, **Shift (3,0)**, **Swap (1,1)**, **Swap (2,1)**, **Swap (2,2)**, **Or-opt-1** e **2-opt**.

Na abordagem, depois de aplicar a busca local o algoritmo entra em um ciclo de melhoria, perturbando a solução através da realocação de  $n$  clientes aleatoriamente escolhidos, e melhorando-a através da aplicação da heurística de busca local e de uma heurística que tenta reduzir o número de entregadores de cada rota. O ciclo se repete até completar *MaxIterILS* iterações consecutivas sem melhoria. O critério de aceitação define que a perturbação é aplicada sempre na melhor solução atual.

### 3.3. Abordagem metaheurística baseada em LNS

Na abordagem LNS proposta, em cada iteração é gerada uma solução inicial por meio da heurística construtiva. Em seguida, a abordagem entra num ciclo de melhoria, onde inicialmente são aplicados os operadores de destruição e reparação. Em ambos os casos, os operadores são escolhidos aleatoriamente dentre o conjunto de operadores usados. Depois, são aplicadas as heurísticas de redução de rotas (que tenta eliminar rotas através da realocação os clientes mesmo incrementando o número de entregadores da solução), de redução de entregadores e a heurística de busca de vizinhança variável (RVND). Ao final do ciclo, é atualizada a melhor solução da execução atual, aceitando só soluções melhoradas. Finalmente, toda vez que a metaheurística executa *MaxIterLNS* iterações, a melhor solução global da abordagem é atualizada e a abordagem é reiniciada.

Os operadores de remoção utilizados foram: **Remoção aleatória**, **Remoção da pior posição**, **Remoção relacionada**, e **Remoção orientada por tempo**. Enquanto os operadores de inserção utilizados foram: **Inserção gulosa** e **Inserção tipo *regret***.

## 4. Experimentos computacionais

Para os experimentos foram usadas as instâncias propostas por Pureza et al. (2012) envolvendo 100 *clusters* de clientes cada uma. As instâncias são baseadas nas conhecidas instâncias de Solomon (1987) para o PRVJT. Nessas instâncias, os tempos de serviço foram modificados de forma a representar o tempo de entrega da demanda acumulada de cada *cluster*, sendo que as entregas devem ser feitas a pé pelos entregadores designados à rota. No total, se têm seis conjuntos de instâncias, a saber: R1, R2, C1, C2, RC1 e RC2.

Os algoritmos foram empiricamente calibrados e os parâmetros foram fixados como segue. Para a ILS o parâmetro *MaxIterILS* foi definido como 150, tanto se é utilizada focando na redução de rotas quanto na redução da distância total percorrida. Na perturbação, foram realocados entre um e três clientes toda vez que era executada. Para a LNS o parâmetro *MaxIterLNS* foi fixado em 1000 iterações. O número  $q$  de elementos a serem removidos pelos algoritmos de remoção, foi definido aleatoriamente no intervalo  $[0, 1n; 0, 4n]$  cada vez que um operador de remoção é executado. Todos os algoritmos foram implementados em linguagem C++ e os experimentos foram realizados em um computador com processador Intel Core i7 3.40 GHz com 16 GB de memória RAM. O critério de parada para todas as execuções da abordagem foi o tempo, usando um tempo limite de execução de 600 segundos para cada instância. Cada instância foi resolvida 5 vezes e os resultados são reportados e analisados a seguir.

Inicialmente, analisamos e comparamos o desempenho global da abordagem em todos os conjuntos de instâncias testadas em termos de qualidade das soluções obtidas em relação às abordagens de Busca Tabu (TS-PMR) e Colônia de Formigas (ACO-PMR) de Pureza et al. (2012). A Tabela 1 mostra as médias dos melhores resultados obtidos pelas abordagens para cada uma das instâncias, agrupadas nos distintos conjuntos. Para cada conjunto e abordagem, as linhas Veic, Entr, Dist, Custo e Tempo mostram o número médio de veículos usados, entregadores designados, a distância total percorrida, custo total das soluções e tempo de execução (em segundos), respectivamente. Os melhores resultados para cada conjunto, considerando o custo total das rotas, são destacados em negrito. No caso de empate entre abordagens, destaca-se aquela com menor distância total percorrida. Observa-se que as abordagens propostas superaram em termos de qualidade das soluções obtidas em todos os conjuntos de instâncias as abordagens TS-PMR e ACO-PMR.

Abordagem		Conjunto					
		R1	R2	C1	C2	RC1	RC2
TS-PMR (melhor de 5)	Veic	12,33	2,90	10,00	3,00	13,00	3,40
	Entr	32,42	7,50	10,00	3,00	34,90	9,30
	Dist	1258,00	1034,00	830,70	597,20	1527,90	1230,40
	Custo	15,70	3,75	11,08	3,36	16,64	4,45
	Tempo	640,10	425,40	265,10	236,80	677,10	419,10
ACO-PMR (melhor de 5)	Veic	12,50	3,10	10,00	3,00	13,00	3,60
	Entr	31,40	6,50	10,00	3,00	35,50	8,50
	Dist	1261,50	1064,20	833,60	609,30	1480,10	1296,00
	Custo	15,77	3,86	11,08	3,36	16,70	4,58
	Tempo	575,80	600,60	375,20	243,30	508,60	462,00
ILS (melhor de 5)	Veic	12,25	3,09	<b>10,00</b>	<b>3,00</b>	13,13	3,50
	Entr	31,58	6,73	<b>10,00</b>	<b>3,00</b>	35,25	8,63
	Dist	1243,05	971,27	<b>827,64</b>	<b>587,51</b>	1470,21	1172,45
	Custo	15,53	3,86	<b>11,08</b>	<b>3,36</b>	16,80	4,48
	Tempo	603,42	614,82	<b>606,63</b>	<b>603,13</b>	607,75	617,88
LNS (melhor de 5)	Veic	<b>12,25</b>	<b>3,00</b>	<b>10,00</b>	<b>3,00</b>	<b>12,88</b>	<b>3,50</b>
	Entr	<b>31,25</b>	<b>6,27</b>	<b>10,00</b>	<b>3,00</b>	<b>35,63</b>	<b>8,00</b>
	Dist	<b>1250,24</b>	<b>997,72</b>	<b>827,64</b>	<b>587,51</b>	<b>1500,24</b>	<b>1213,11</b>
	Custo	<b>15,50</b>	<b>3,73</b>	<b>11,08</b>	<b>3,36</b>	<b>16,59</b>	<b>4,42</b>
	Tempo	<b>630,42</b>	<b>647,00</b>	<b>624,00</b>	<b>630,13</b>	<b>621,75</b>	<b>640,50</b>

Tabela 1: Melhores resultados agrupados obtidos pelas abordagens.

A Tabela 2 apresenta os resultados médios obtidos pelas abordagens, considerando as 5 execuções de cada uma delas, agrupados para cada conjunto de instâncias. Nesta tabela, as linhas Veic, Entr, Dist, Custo e Tempo têm o mesmo significado da tabela anterior. Semelhante

à tabela anterior, os resultados indicam que as abordagens propostas nesta pesquisa superaram em todos os conjuntos os resultados médios das abordagens ACO-PMR e TS-PMR.

Abordagem		Conjunto					
		R1	R2	C1	C2	RC1	RC2
TS-PMR (média de 5)	Veic	12,80	3,00	10,00	3,00	13,40	3,40
	Entr	32,70	7,90	10,00	3,00	35,70	9,70
	Dist	1272,40	1046,80	847,70	653,50	1511,40	1251,30
	Custo	16,20	3,89	11,08	3,37	17,12	4,50
	Tempo	658,20	393,00	245,70	261,90	686,50	400,50
ACO-PMR (média de 5)	Veic	12,60	3,10	10,00	3,00	13,40	3,70
	Entr	31,70	6,80	10,00	3,00	35,30	8,60
	Dist	1263,20	1070,30	838,80	623,70	1496,30	1307,90
	Custo	15,90	3,89	11,08	3,36	17,08	4,69
	Tempo	508,80	527,50	389,10	263,80	472,80	455,60
ILS (média de 5)	Veic	<b>12,35</b>	3,09	<b>10,00</b>	<b>3,00</b>	13,23	3,58
	Entr	<b>31,88</b>	7,05	<b>10,00</b>	<b>3,00</b>	35,80	8,88
	Dist	<b>1242,71</b>	969,50	<b>827,64</b>	<b>587,51</b>	1463,11	1170,53
	Custo	<b>15,66</b>	3,89	<b>11,08</b>	<b>3,36</b>	16,96	4,59
	Tempo	<b>610,33</b>	619,96	<b>609,11</b>	<b>611,18</b>	607,90	617,60
LNS (média de 5)	Veic	12,42	<b>3,07</b>	<b>10,00</b>	<b>3,00</b>	<b>13,18</b>	<b>3,53</b>
	Entr	31,58	<b>6,67</b>	<b>10,00</b>	<b>3,00</b>	<b>35,38</b>	<b>8,40</b>
	Dist	1254,47	<b>988,95</b>	<b>827,64</b>	<b>587,51</b>	<b>1487,83</b>	<b>1207,07</b>
	Custo	15,70	<b>3,84</b>	<b>11,08</b>	<b>3,36</b>	<b>16,87</b>	<b>4,49</b>
	Tempo	630,10	<b>646,55</b>	<b>647,61</b>	<b>649,78</b>	<b>620,60</b>	<b>645,10</b>

Tabela 2: Resultados médios agrupados obtidos pelas abordagens.

Finalmente, na Tabela 3 também são comparados em detalhe os resultados para o conjunto R1, comparando também com a abordagem de colônia de formigas de Senarclens & Reimann (2014).

		Instância											Média	Soma	
		R101	R102	R103	R104	R105	R106	R107	R108	R109	R110	R111			R112
TS-PMR (melhor de 5)	Veic	19	17	13	10	14	12	10	10	12	11	10	10	12,33	148
	Entr	45	39	32	28	37	31	29	27	33	30	30	28	32,42	389
	Dist	1740,00	1520,00	1285,00	1057,00	1446,00	1323,00	1112,00	967,00	1296,00	1217,00	1137,00	996,00	1258,00	15096,00
	Custo	23,67	21,05	16,33	12,91	17,84	15,23	13,01	12,80	15,43	14,13	13,12	12,91	15,70	188,44
	Temp	645	655	959	692	463	492	473	953	428	620	616	686	640,17	7682
ACO-SR (melhor de 5)	Veic	<b>19</b>	<b>17</b>	<b>13</b>	<b>10</b>	14	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	9	12,17	146
	Entr	<b>45</b>	<b>38</b>	<b>28</b>	<b>26</b>	35	<b>30</b>	<b>27</b>	<b>26</b>	<b>30</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	27	30,75	369
	Dist	<b>1725,46</b>	<b>1533,40</b>	<b>1371,63</b>	<b>1045,68</b>	1412,52	<b>1301,34</b>	<b>1108,92</b>	<b>967,18</b>	<b>1229,72</b>	<b>1154,95</b>	<b>1134,16</b>	996,32	1248,44	14981,28
	Custo	<b>23,67</b>	<b>20,95</b>	<b>15,94</b>	<b>12,70</b>	17,64	<b>15,13</b>	<b>12,81</b>	<b>11,70</b>	<b>15,12</b>	<b>13,92</b>	<b>13,01</b>	11,80	15,37	184,40
	Temp	<b>960</b>	<b>960</b>	<b>960</b>	<b>960</b>	960	<b>960</b>	<b>960</b>	<b>960</b>	<b>960</b>	<b>960</b>	<b>960</b>	960	960,00	11520
ILS (melhor de 5)	Veic	19	17	13	10	14	12	10	9	12	11	11	9	12,25	147
	Entr	47	39	29	27	35	31	28	27	31	30	28	27	31,58	379
	Dist	1720,63	1519,09	1333,16	1065,41	1412,52	1300,3	1131,47	964,224	1227,27	1141,64	1097,85	1003,07	1243,05	14916,63
	Custo	23,87	21,05	16,03	12,81	17,64	15,23	12,91	11,80	15,22	14,11	13,91	11,80	15,53	186,39
	Temp	601	602	608	602	603	602	601	601	603	601	604	613	603,42	7241
LNS (melhor de 5)	Veic	19	17	13	10	<b>14</b>	12	10	9	12	11	11	<b>9</b>	12,25	147
	Entr	45	38	29	27	<b>35</b>	30	29	26	32	30	27	<b>27</b>	31,25	375
	Dist	1738,46	1544,76	1344,2	1043,3	<b>1412,52</b>	1311,42	1116,84	987,776	1207,35	1163,11	1158,86	<b>974,248</b>	1250,24	15002,84
	Custo	23,67	20,95	16,03	12,80	<b>17,64</b>	15,13	13,01	11,70	15,32	14,12	13,82	<b>11,80</b>	15,50	186,00
	Temp	607	609	632	658	<b>607</b>	623	642	657	608	642	623	<b>657</b>	630,42	7565

Tabela 3: Melhores soluções obtidas para o conjunto de instâncias R1.

## Conclusões e/ou perspectivas futuras

Neste trabalho abordou-se o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores por meio de duas abordagens metaheurísticas. As abordagens propostas são baseadas nas metaheurísticas Busca Local Iterada e Busca em Grande Vizinhaça respectivamente, acompanhadas de um conjunto adicional de heurísticas de melhoria.

Dada a aplicabilidade do problema e a dificuldade na resolução do mesmo, se faz necessário o desenvolvimento de métodos heurísticos rápidos para abordar este problema.

Ambas abordagens foram testadas utilizando seis conjuntos de instâncias e seus desempenhos foram comparados entre eles e com outras abordagens propostas na literatura. Os testes computacionais mostraram que o desempenho de ambas abordagens foi semelhante, e que ambas abordagens produziram bons resultados quando comparados com abordagens propostas por outros autores, cujos resultados encontram-se disponíveis na literatura. Pesquisas futuras incluem a combinação destas abordagens com métodos exatos, especificamente com o método de geração de colunas.

**Agradecimentos:** Este trabalho teve o apoio financeiro da CAPES e da FAPESP, processo número 2014/00939-8.

## Referências

- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. *Transportation Science*, v. 39, p. 104–118, 2005.
- FERREIRA, V.; PUREZA, V. Some experiments with a savings heuristic and a tabu search approach for the vehicle routing problem with multiple deliverymen. *Pesquisa Operacional*, v. 32, p. 443–463, 2012.
- PUREZA, V.; MORABITO, R.; REIMANN, M. Vehicle routing with multiple deliverymen: Modeling and heuristic approaches for the VRPTW. *European Journal of Operational Research*, v. 218, n. 3, p. 636–647, 2012.
- SENARCLENS, DE GRANCY, G.; REIMANN, M. Vehicle routing problems with time windows and multiple service workers: a systematic comparison between ACO and GRASP. *Central European Journal of Operations Research*, 2014.
- SOLOMON, M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987.
- TOTH, P.; VIGO, D. *The vehicle routing problem*, v. 9. SIAM, 367 p., 2002.

# ABORDAGENS HEURÍSTICAS PARA UM PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO DE NAVIOS COM CONTROLE DE ESTOQUE

**Amélia Stanzani**

Departamento de Engenharia de Produção – UFSCar - São Carlos-SP  
alstanzani@gmail.com

**Vitória Pureza**

Departamento de Engenharia de Produção – UFSCar - São Carlos-SP  
vpureza@dep.ufscar.br

**Reinaldo Morabito**

Departamento de Engenharia de Produção – UFSCar - São Carlos-SP  
morabito@dep.ufscar.br

## RESUMO

O presente trabalho discute um problema real de roteirização de navios e controle de estoque nos pontos de suprimento (plataformas *offshore*) e atendimento de demanda nos pontos consumidores (terminais costeiros) presente nas operações de coleta e entrega de diferentes tipos de óleo cru de empresas petrolíferas. O transporte dos produtos é em grande parte o resultado da necessidade de manutenção dos estoques em cada plataforma, que produzem ininterruptamente a uma taxa considerada constante. A roteirização e programação da frota visa a obtenção de soluções de mínimo custo variável, e deve considerar diversas restrições operacionais do problema real de uma empresa petrolífera nacional, objeto de um estudo de caso desenvolvido pelos autores. Neste trabalho, exemplares com dados reais fornecidos pela empresa foram resolvidos por meio de um método heurístico de busca local e um método híbrido que combina programação matemática e o método heurístico.

**PALAVRAS CHAVE.** Problema de roteirização e controle de estoque, transporte marítimo de petróleo, programação matemática, busca local.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.7.

## 1. Introdução

Problemas de Roteirização e Controle de Estoque (IRP - *Inventory Routing Problem*) tratam das decisões de roteirização e programação de uma frota de veículos, buscando simultaneamente determinar políticas de estoque de produtos nos pontos de produção e consumo de forma a minimizar o custo total da operação. O IRP tem natureza combinatória e é considerado de difícil resolução (NP-difícil), o que faz seu tratamento um desafio para profissionais da prática e pesquisadores.

O IRP marítimo foi primeiramente discutido na pesquisa de Miller (1987), abrindo caminho para pesquisas neste tema, dos quais podemos citar os trabalhos de Christiansen e Nygreen (1998a e 1998b), Christiansen (1999), que tratam o caso mono produto e os trabalhos de Fagerholt (1999), Halvorsen-Weare e Fagerholt (2010), Al-Khayyal e Hwang (2007), Li *et al.* (2010), Persson e Göthe-Lundgren (2005), Christiansen *et al.* (2011), Siswanto *et al.* (2011), Stalhane *et al.* (2012), Agra (2013, 2014), para o caso de múltiplos produtos. Christiansen *et al.* (2013) apresentam uma extensa revisão bibliográfica de problemas de roteirização e programação de navios impulsionados pela quantidade expressiva de trabalhos relacionados a esse tema publicados na última década. Andersson *et al.* (2010) apresentam uma revisão

bibliográfica onde classificam os trabalhos recentes no tema IRP de acordo com os aspectos industriais.

O problema tratado no presente trabalho considera um IRP marítimo presente nas operações coleta e entrega de múltiplos produtos com exemplares reais, obtidos a partir de um estudo de caso desenvolvido em uma empresa petrolífera nacional, foram resolvidos por meio de uma modelagem matemática de um problema de programação linear inteiro misto, adaptada de modelos encontrados em Christiansen (1999) e Al-Khayyal e Hwang (2007). Para obter soluções viáveis para exemplares de maior porte foi proposto um algoritmo heurístico de busca local e um método híbrido.

## **2. Problema de Roteirização de Navios com Controle de Estoque na Indústria Petrolífera**

O transporte dos produtos de plataformas *offshore* a terminais costeiros da empresa estudada tem como objetivo a minimização do consumo de combustível dos navios considerados no horizonte de planejamento. As rotas devem ser elaboradas respeitando um conjunto de restrições operacionais específicas da aplicação. As plataformas produzem continuamente um único produto a uma taxa constante de produção, e permitem a atracação de apenas um navio por vez. Os terminais demandam um ou mais produtos e é permitido o descarregamento simultâneo de dois ou mais navios, limitado ao número máximo de berços de cada porto.

Os berços dos terminais possuem limitações físicas que podem impedir a atracação de navios considerando suas dimensões. A atracação em plataformas, por outro lado, depende das características da plataforma (FPSO ou fixa) e do navio (com posicionamento dinâmico ou convencional).

As instâncias baseadas nos dados fornecidos pela empresa consideram horizontes de planejamento em uma escala de tempo diária e incluem as informações sobre (i) a frota (número de navios, instante e posição de liberação, custos, capacidade, velocidade, existência ou não de sistema de posicionamento dinâmico, entre outros), (ii) os pontos operacionais (número, distância entre cada par), (iii) plataformas (tipo, produto extraído, taxa de produção, estoque máximo, estoque mínimo, entre outros), e (iv) os terminais (quantidade de berços, loa e calado máximo permitido).

## **3. Métodos de Resolução**

O problema foco desta pesquisa foi descrito por meio de um modelo de programação matemática linear inteiro misto, baseado nos modelos apresentados por Christiansen (1999) e Al-Khayyal e Hwang (2007), considerando características específicas das operações de coleta e entrega da empresa estudada e ausentes nos modelos citados, como a limitação do número de atracações simultâneas de dois ou mais navios em um mesmo porto e restrições de máxima porcentagem de capacidade ocupada de um navio antes da atracação em um porto. O modelo matemático desenvolvido, foi implementado em linguagem de modelagem GAMS 24.0.1, e exemplares com dados reais da operação da empresa petrolífera estudada com horizontes de 8 a 14 dias foram resolvidos utilizando o *software* de otimização CPLEX 12.5.0.1.

Dada a dificuldade de resolução de exemplares de tamanho realista, foi desenvolvido um método heurístico construtivo baseado no método *Harbor-First Heuristic* proposto por Al-Khayyal e Hwang (2007), com procedimento de eliminação de operações de coleta motivada apenas para aliviar estoques das plataformas (operações de alívio) e uma busca local de troca de navios. O Quadro 1 a seguir resume os passos do método heurístico construtivo com busca local.

### Quadro 1 – Passos do Método Construtivo com Busca Local

1. Inicialização das variáveis;
2. Se não houver demandas a serem atendidas e todas as plataformas atingirem seu estoque máximo após o final do horizonte de planejamento, finalize o procedimento construtivo e vá para o passo 7; caso contrário:
3. Escolha a plataforma;
4. Se a demanda da plataforma selecionada for nula vá para o passo 5 (operação de alívio); caso contrário, vá para o passo 6 (operação de atendimento de demanda).
5. Escolha o navio para realizar a operação de alívio;
- 5.1 Calcule as quantidades coletadas nas plataformas e entregues nos terminais visitados e atualize o estoque das plataformas visitadas e a posição, o instante de liberação e a capacidade do navio utilizado, as demandas, adicione ao custo total os custos de movimentação e atracação realizados e retorne ao passo 2.
6. Escolha o terminal;
- 6.1 Escolha o navio para realizar a operação de coleta e entrega;
- 6.2 Se não houver capacidade excedente no navio selecionado, suficiente para coletar outra demanda não atendida, vá para o passo 5.1; caso contrário:
- 6.2.1 Das demandas da mesma plataforma ou mesmo terminal pré-selecionados, selecione aquelas que podem ser totalmente coletadas pelo navio selecionado, e selecione as possíveis novas plataformas e terminais a serem visitados nesta iteração;
- 6.2.2 Construa todas as rotas possíveis entre os pontos operacionais selecionados, se nenhuma das possíveis rotas obtidas for factível, vá para o passo 5.1; caso contrário:
- 6.2.3 Escolha a rota factível que visita mais pontos operacionais, e em caso de empates, a de menor custo e volte ao passo 5.1.
7. Aplique o procedimento de busca local de eliminação de operações de alívio e de troca de navios e finalize o procedimento.

As escolhas de cada elemento (plataformas, navios e terminais) nos passos 3, 5 e 6.1 e 6, respectivamente, são realizadas seguindo alguma das regras de escolha descritas no Quadro 2.

### Quadro 2 – Regras de escolha de plataformas, navios e terminais

#### Regras de escolha de plataformas:

- RP1: Plataforma que atingirá mais rapidamente seu estoque máximo;
- RP2: Plataforma com maior taxa de produção;
- RP3: Plataforma com maior demanda;
- RP4: Plataforma fixa que atingirá mais rapidamente seu estoque máximo.

#### Regras de escolha de navios:

- RN1: Navio de menor custo;
- RN2: Navio de menor custo por unidade de capacidade;
- RN3: Navio de maior capacidade;
- RN4: Navio mais próximo à plataforma selecionada;
- RN5: Navio convencional de menor custo.

#### Regras de escolha de terminais:

- RT1: Terminal com maior demanda;
- RT2: Terminal com menor demanda;
- RT3: Terminal mais próximo à plataforma selecionada;
- RT4: Terminal mais distante da plataforma selecionada.

A partir das regras de escolha foram realizados testes com o método heurístico com múltiplas inicializações (*multistart*), onde, em cada iteração, uma regra é escolhida aleatoriamente para cada elemento, gerando uma gama de soluções para cada instância. Dado que a frota de navios disponível para todas as instâncias é formada por 25 navios, ou seja, um conjunto grande de opções de escolha a cada iteração, também foram desenvolvidos procedimentos de busca aleatória somente para a escolha de navios, baseados na meta-heurística GRASP (Feo e Resende, 1989). Nesse contexto, foram desenvolvidos dois procedimentos distintos, GRASP I e GRASP II, descritos nos Quadros 3 e 4 respectivamente. Em ambas as variantes do GRASP, as escolhas de plataformas e terminais são realizadas, escolhendo aleatoriamente uma das regras de escolha.

### Quadro 3 – Passos do GRASP I

1. Calcule o peso de escolha de cada navio a partir dos atributos atualizados a cada iteração (custo por unidade de capacidade e instante em que o navio está liberado para realizar serviço);
2. Forme a lista restrita de candidatos (LRC) com o navio de menor peso e os navios com peso no máximo uma porcentagem  $\alpha$  acima do menor peso;
3. Escolha aleatoriamente um navio da LRC.

### Quadro 4 – Passos do GRASP II

1. Escolha aleatoriamente o peso do navio dentre um dos atributos: custo, capacidade, instante em que o navio está liberado para realizar serviço e distância da plataforma selecionada;
2. Forme a lista restrita de candidatos (LRC) com o navio de menor peso e os navios com peso no máximo uma porcentagem  $\alpha$  acima do menor peso.
3. Escolha aleatoriamente um navio da LRC.

O método heurístico descrito no Quadro 1 foi implementado em linguagem C utilizando o pacote de programas Visual Studio 2010. Para validar a qualidade das soluções obtidas pelo método heurístico e buscar melhorá-las, um método híbrido, descrito a seguir na seção 3.1, foi implementado utilizando o modelo matemático de programação linear inteiro misto, resolvido com o *software* CPLEX 12.5.0.1, combinado ao método heurístico.

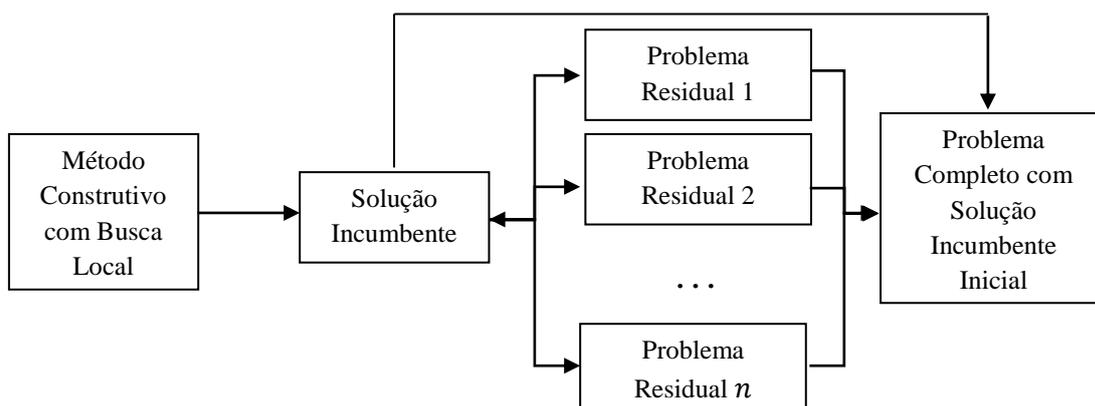
#### 3.1 Um Método Híbrido

O método desenvolvido inicia-se com o procedimento construtivo com busca local descrito acima, e executado por  $Tmax1$  segundos para cada uma das três diferentes variações: i) *Multistart*: escolha de navios, plataformas e terminais de acordo com a seleção de uma regra aleatória a cada iteração; ii) *Multistart* com GRASP I: escolha de plataformas e terminais de acordo com a seleção de uma regra aleatória a cada iteração e escolha de navios seguindo o procedimento GRASP I e; iii) *Multistart* com GRASP II: escolha de plataformas e terminais de acordo com a seleção de uma regra aleatória a cada iteração e escolha de navios seguindo o procedimento GRASP II.

Para a solução incumbente, ou seja, a melhor solução obtida após a execução das três variantes i, ii e iii, são gerados problemas residuais. Cada ponto operacional visitado por dois ou mais navios diferentes durante o horizonte de planejamento, gera um problema residual que é resolvido utilizando o modelo matemático. A quantidade de problemas residuais gerados é dada pelos  $n$  pontos operacionais que são visitados por dois ou mais navios na solução incumbente. Esse procedimento visa encontrar soluções alternativas em que agreguem demandas de pontos operacionais inicialmente distribuídas em dois ou mais navios, a fim de reduzir o número de visitas a esses pontos operacionais durante o horizonte de planejamento. A redução do número de visitas em geral reduz o custo da solução.

Se um ponto operacional é visitado por dois ou mais navios, apenas as rotas desses navios serão refeitas e otimizadas pelo CPLEX, o restante da solução é considerada fixa. O CPLEX, executado por no máximo  $Tmax2$  segundos, sempre encontrará uma solução igual ou melhor que a solução encontrada pelo método heurístico com busca local.

A melhor solução obtida com a resolução de todos os  $n$  problemas residuais gerados, passa a ser a solução incumbente, e os pontos operacionais visitados por dois ou mais navios nesta solução são analisados, com exceção do ponto operacional que gerou este problema residual. O procedimento finaliza quando o CPLEX não apresenta melhorias na solução incumbente atual, ou se a solução incumbente não gera problemas residuais. Finalmente a solução incumbente é utilizada como solução inicial do problema completo resolvido pelo *software* CPLEX, executado por no máximo  $Tmax3$  segundos. A Figura 1 resume os passos do método.



**Figura 1 – Passos do Método Híbrido**

#### 4. Experimentos computacionais

Foram testadas 5 instâncias com dados das operações reais de coleta e entrega fornecidos pela empresa estudada. A Tabela 1 a seguir caracteriza as instâncias em relação ao tamanho do horizonte de planejamento, o número de pontos operacionais (plataformas e terminais) e tamanho da frota de navios.

**Tabela 1 – Detalhamento das instâncias testadas**

Instância	Plataformas/Produtos	Terminais	Navios
H8	4	1	25
H10	6	3	25
H11	8	3	25
H12	9	4	25
H14	13	5	25

O método híbrido, apresentado na seção 3.1, foi aplicado às instâncias detalhadas na Tabela 1, adotando-se como tempos máximos de execução do método heurístico construtivo com busca local para cada variante i, ii e iii ( $Tmax1$ ), para cada problema residual gerado, ( $Tmax2$ ) e para problema completo com solução inicial ( $Tmax3$ ) os valores 100, 100 e 3600 segundos, respectivamente. Os resultados da resolução com modelo matemático, com o método heurístico construtivo com busca local e com o método híbrido estão descritos na Tabela 2.

**Tabela 2 – Resultados Computacionais**

H8	Custo Total	Gap (%)	Tempo Total (s)
Modelo Matemático	1022.9	0	710
Método Heurístico Construtivo com Busca Local	1071.7	4.9	300
Método Híbrido	1022.9	0	300+0+231*
H10	Custo Total	Gap (%)	Tempo (s)
Modelo Matemático	1455.3	0	5670
Método Heurístico Construtivo com Busca Local	1487.2	2.1	300
Método Híbrido	1455.3	0	300+48+1521*
H11	Custo Total	Gap (%)	Tempo (s)
Modelo Matemático	2002.7	31.2	18000
Método Heurístico Construtivo com Busca Local	1883.0	26.8	300
Método Híbrido	1822.2	24.3	300+441+3600*
H12	Custo Total	Gap (%)	Tempo (s)
Modelo Matemático	-	-	18000
Método Heurístico Construtivo com Busca Local	2351.3	20.9	300

Método Híbrido	2240.5	16.4	300+600+3600*
<b>H14</b>	<b>Custo Total</b>	<b>Gap (%)</b>	<b>Tempo (s)</b>
Modelo Matemático	-	-	18000
Método Heurístico Construtivo com Busca Local	2939.7	-	300
Método Híbrido	2939.7	-	300+700+3600*

\* tempo do método construtivo com busca local + tempo de solução de problemas residuais + tempo de solução do problema completo

Como citado anteriormente o *software* CPLEX determinou soluções ótimas apenas para instâncias com horizonte de planejamento de no máximo 10 dias, H8 e H10. O método heurístico construtivo com busca local determinou soluções factíveis para as instâncias H12 e H14, para as quais o *software* CPLEX não encontrou após 5 horas de processamento. As melhores soluções foram encontradas com a formulação ii, com a escolha de navios a cada iteração realizada pelo procedimento GRASP I. O método híbrido, por sua vez, determinou as soluções ótimas para as instâncias H8 e H10 em menor tempo computacional quando comparado à resolução exata do modelo matemático. Para instâncias de maior porte, H11 e H12, as soluções foram melhoradas em média em 5%, se comparadas às soluções do método heurístico construtivo com busca local. O tempo de execução dos problemas residuais gerados não foi suficiente para melhorar a solução na instância H14, testes com mais tempo serão realizados para buscar tal melhoria.

### Conclusões e Próximos Passos

O presente artigo apresentou um problema de programação e roteirização de navios com controle de estoque e sua resolução por um método heurístico construtivo com busca local e um procedimento híbrido que combina o método heurístico e programação matemática. Soluções para exemplares reais, provenientes de um estudo de caso realizado em uma empresa petrolífera nacional, com horizonte de planejamento de 8 a 14 dias foram obtidas. Cabe ressaltar que a resolução de problemas com horizontes de 14 dias, são consideradas suficientes pelo programador da empresa, que utiliza as informações dos primeiros 7 dias e gera uma nova programação para os próximos 14 dias. Como próximos passos da pesquisa, almeja-se desenvolver heurísticas MIP, mais sofisticadas do que o método híbrido aqui proposto. Além disso, pretende-se tratar problemas de médio prazo (até 83 dias) e melhorar a qualidade das soluções dos exemplares atuais também investigando diferentes buscas locais baseadas no atraso ou adiantamento do tempo de início do serviço nos pontos operacionais, e ainda com trocas entre os navios de partes de suas rotas, com base na heurística *Ejection Chains* (GLOVER, 1996).

**Agradecimentos:** à CAPES pelo financiamento da pesquisa.

### Referências

- Agra, A., Christiansen, M., Delgado A. (2013), A. Mixed Integer Formulations for a Short Sea Fuel Oil Distribution Problem. *Transportation Science*, Vol. 47, No 1, pp. 108-124.
- Agra, A., Christiansen, M., Delgado, A., Simonetti, L. (2014), Hybrid heuristics for a short sea inventory routing problem. *European Journal of Operational Research* 236 pp. 924-935.
- Al-Khayyal, F., Hwang, S. J. (2007), Inventory Constrained Maritime Routing and Scheduling for Multi-Commodity Liquid Bulk, Part I: Applications and model. *European Journal of Operational Research* 176 pp. 106-130.
- Andersson, H., Hoff, A., Christiansen, M., Hasle, G., Lokketagen, A., (2010), Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. *Computers & Operations Research* 37, 1515-1536.
- Christiansen, M., Nygreen, A. (1998a), Modeling path flows for a combined ship routing and inventory management problem, *Annals of Operations Research* 82 pp.391–421.

- Christiansen, M., Nygreen, A. (1998b)**, A method for solving ship routing problems with inventory constraints, *Annals of Operations Research* 81 pp. 357–378.
- Christiansen, M. (1999)**, Decomposition of a Combined Inventory and Time Constrained Ship Routing Problem. *Transportation Science*, vol. 33, no. 1, pp. 3-16.
- Christiansen, M., Fagerholt, K., Flatberg, T., Haugen, O., Kloster, O., Lund, E. H. (2011)**, Maritime inventory routing with multiple products: a case of study from the cement industry. *European Journal of Operational Research* 208 (1), 86-94.
- Christiansen, M., Fagerholt, K., Nygreen, B., Ronen, D. (2013)**, Ship routing and scheduling in the new millennium. *European Journal of Operational Research*, 228 pp.467-483.
- Fagerholt, K. (1999)**, Optimal fleet design in a ship routing problem. *International Transactions in Operations Research* 6 pp. 453-464.
- Feo, T., A., e Resende, M., G., C. (1989)**, A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, 8:67–71.
- Glover, F. (1996)**, Ejection Chains, Reference Structures and Alternating Path Methods for Traveling Salesman Problems, *Discrete Applied Mathematics*, vol. 65, pp. 223-253.
- Halvorsen-Weare, E. E., Fagerholt, K. (2010)**, Routing and scheduling in a liquefied natural gas shipping problem with inventory and berth constraints. *Annals of operational research* 203 pp.167-186.
- Li, J., Karimi, I. A., Srinivasan, R. (2010)**, Efficient bulk maritime logistics for the supply and delivery of multiple chemicals. *Computer & Chemical Engineering* 34 (12), pp. 2118-2128.
- Miller, M. (1987)**, An interactive, computer-aided ship scheduling system, *European Journal of Operational Research* 32 pp. 363–379.
- Persson, J. A., Göthe-Lundgren, M. (2005)**, Shipment planning at oil refineries using column generation and valid inequalities. *European Journal Operational Research* 163, pp. 631-652.
- Siswanto, K., Essam, D., Sarker, R. (2011)**, Solving the ship inventory routing and scheduling problem with undedicated compartments. *Computers and Industrial Engineering* 61 (2) pp. 289-299.
- Stalhane M., Rakke, J. G., Christian, R. M., Andersson, H., Christiansen, M., Fagerholt, K., (2012)**, A construction and improvement heuristic for liquefied natural gas inventory routing problem. *Computers & Industrial Engeneering* 62, 245-255.

# **ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM RESTRIÇÕES DE RECARGA: UM ESTUDO DE CASO EM UMA EMPRESA DE LATICÍNIOS**

**Rayra Brandão**

Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia Washington Luís, km 235 - SP-310, São Carlos - São Paulo - Brasil  
rayralima@gmail.com

**Vitória Pureza**

Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia Washington Luís, km 235 - SP-310, São Carlos - São Paulo - Brasil  
vpureza@dep.ufscar.br

## **RESUMO**

O projeto tem por objetivo propor modelos de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos períodos para o problema de distribuição física de uma de uma empresa de laticínios. Sua principal característica é o uso de caminhões com baús refrigerados, cujas baterias precisam de recargas periódicas ao longo da execução das rotas para garantir a integridade dos produtos. Foi realizada uma busca na literatura à procura de modelos que se apliquem ao problema da empresa, e posterior aplicação a especificidade da empresa. Os dados foram coletados a partir de entrevistas junto a administradora da empresa. Como resultado espera-se desenvolver um modelo para o problema específico da empresa.

**PALAVRAS CHAVE.** Problema de roteamento de veículos com janela de tempo, Problema de roteamento de veículo multi-período, Recarga de bateria.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.7.

## 1. Introdução

Segundo a Associação Brasileira das Indústrias da Alimentação, (2013), o setor de bebidas e alimentos equivale a 9% (nove por cento) do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro. O faturamento das indústrias alimentícias somou R\$316,5 bilhões em 2011, colocando o segmento como segundo maior em valor bruto de produção na indústria nacional de transformação.

De acordo com Carvalho, (2013), esse setor tem como característica a presença significativa de micro e pequenas empresas que, somadas, representaram em 2008 94,7% das indústrias de alimentos no Brasil. O autor ainda relata que, dentre os setores da indústria alimentícia, o de laticínios ganhou destaque em crescimento tornando-se em 2009 um dos 4 principais do ramo. Faz-se importante destacar também que de acordo com a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), (2003) que a indústria de laticínios, além de exercer papel relevante no suprimento de alimentos, contribui para a geração de empregos e rendas.

O mercado de laticínios atual é notadamente competitivo, com muitas empresas se fazendo presente, sejam elas multinacionais, nacionais e cooperativas, cabendo às primeiras a maior parcela na disputa pela preferência dos consumidores, como exemplo pode-se mencionar Nestlé, Parmalat, Danone, Fleischmann Royal. Importante observar ainda que cada uma destas empresas, com suas características, possuem altos investimentos em tecnologia, marketing, produção, entre outras etapas da cadeia produtiva e da distribuição (RIBEIRO, 1999).

Dessa forma, tem-se que, em um mercado com tais características, as empresas precisam tratar com cuidado de todas as etapas da cadeia produtiva e da distribuição, para alcançarem patamares de competitividade satisfatórios, principalmente as micro e pequenas empresas, que, a julgar pela classificação desta extraída do Banco Nacional de Desenvolvimento (BNDES), (2013), baseada na receita operacional bruta anual ao menos, em tese, já se encontram em desvantagem econômica em relação às de maior porte. Souza Neto, (2010) afirma que a logística tem sido indicada como umas das principais ferramentas que possibilitam uma melhoria da competitividade das empresas, já que permite, ao mesmo tempo, aumentar o nível de serviço oferecido e minimizar os custos operacionais.

Problemas de roteamento de veículos são habitualmente enfrentados por qualquer empresa com atividades de distribuição de bens e serviços e, na região norte do país, esses problemas conquistam ainda maior importância devido à grande extensão territorial da região, e dos Estados que a compõe, e a enorme distância que, por conseguinte, possa existir entre clientes de uma mesma fábrica.

Diante de tudo o que foi exposto até o momento, o alvo desta pesquisa é uma pequena empresa de laticínios, cujo sistema de entrega possui a particularidade de que o caminhão só pode circular por um determinado período de tempo, após esse período, necessita de uma parada noturna de até 12 horas em postos de gasolina específicos e em número limitado para restabelecer a temperatura do baú, além de possuir uma janela de tempo para cada entrega, posto que seus clientes só funcionam em horário comercial.

## 2. Descrição do problema

O estudo de caso desta pesquisa teve como foco em uma empresa de laticínios de pequeno porte, uma fábrica de sorvetes. Localizada na Amazônia, no estado do Pará, no município de Marabá, atuante desde 2006 no mercado alimentício na região do sudeste paraense até o sudoeste do Maranhão, comercializa sorvetes e picolés dos mais diversos sabores

regionais.

Com a finalidade de manter a integridade física dos produtos, há necessidade de caminhões específicos para realizar a entrega de seus produtos. Os veículos utilizados pela empresa possuem revestimento interno de placas eutéticas de refrigeração. Mundomaq, (2015), explica que um moto-compressor bombeia um substância chamada freon para o sistema de forma que o fluido eutético, localizado na parte interna das placas eutéticas, congele podendo chegar a até  $-40^{\circ}\text{C}$ . Do momento que o caminhão inicia a rota com os produtos no interior do baú refrigerado, começa uma troca de calor entre as placas eutéticas e as mercadorias, acarretando num gradual aumento da temperatura interna do baú. Ele ainda esclarece que o moto-compressor necessita de uma fonte de tensão elétrica trifásica para funcionar.



Figura 1: Baú com placas eutéticas

Além do que, uma das fabricantes desse tipo de caminhão, Transfigor, (2009), explica que o moto-compressor deve ser acionado preferencialmente no período noturno, quando não há incidência do sol, dado que o excesso de aquecimento desse equipamento é prejudicial aos componentes do mesmo.

Segundo a proprietária da empresa, ao longo das viagens, a necessidade de acionamento do moto-compressor varia em função da duração do processo de refrigeração e da quantidade de aberturas da porta do baú. A primeira refrigeração ocorre dentro do depósito e inicia no final de semana que precede a viagem, e termina na segunda-feira pela manhã, antes da saída do caminhão do depósito. Por este motivo, o caminhão é capaz de circular por até 48 horas. Entretanto, após esse período, o motorista só possui disponível até 12 horas do período noturno para os processos de refrigeração subsequentes e, portanto, o caminhão apenas consegue circular de 12 à 15 horas. Além do que, o processo de refrigeração só é feito no próprio depósito da empresa e em postos especiais de gasolina, em razão de ser necessária uma tomada de energia trifásica.

Atualmente a empresa conta com uma frota homogênea de três caminhões, porém utiliza apenas dois para distribuição de produtos na região. Um dos caminhões é reservado para fazer entregas semanais dentro da cidade de Parauapebas-PA, a cidade com maior volume de clientes. O outro caminhão é utilizado em duas viagens alternadas semanalmente: uma até Tucuruí-PA, com paradas em cidades no caminho, e outra até Paragominas-PA também com entregas em municípios no percurso. O terceiro caminhão é dedicado apenas para clientes dentro da própria cidade de Marabá.

A jornada de trabalho máxima dos funcionários é de seis dias corridos, iniciando às segundas-feiras, às nove horas da manhã, com retorno máximo aos sábados. Entretanto, a duração média das rotas é de três a quatro dias. Durante a jornada, os funcionários tem direito

a uma hora de almoço, das doze as treze horas. Para cada caminhão, a empresa destina dois funcionários, um motorista e um ajudante. O primeiro é responsável por delimitar o percurso e definir a ordem dos clientes a serem atendidos, de acordo com as janelas de tempo e seus conhecimentos empíricos de distância, trânsito e tempo de serviço de cada cliente (média de 30 minutos). O segundo tem a função de auxiliar o motorista no descarregamento de produtos e entregas aos clientes. A autonomia que o motorista possui dificulta a coleta de dados por não haver documentos oficiais sobre os percursos traçados, ordem de atendimento de clientes ou tempo de serviço de cada cliente.

Dentre as três rotas efetuadas pela empresa, a de Paragominas e Tucuruí possuem características similares, porém ambas são diferentes da rota de Parauapebas. Nas duas primeiras, tanto o volume de produtos por cliente quanto a quantidade de clientes é menor, e estes se encontram mais dispersos geograficamente. Na rota de Paragominas, os 23 clientes estão espalhados pelas cidades de Ulianópolis, Rondon do Pará, Dom Eliseu e Paragominas, porém em maior concentração nesta última. Na rota de Tucuruí, a empresa possui 17 clientes situados nas cidades de Nova Ipixuna, Jacundá, Goianésia do Pará e Tucuruí, agrupados principalmente nesta última. Já na terceira rota, o volume de produtos por cliente é alto, são 81 clientes no total e todos eles estão localizados apenas na cidade de Parauapebas.



Figura 2: Rota de Tucuruí(Azul), Paragominas(Vermelho), o Depósito(Amarelo) e Posto Especial de Gasolina (Verde)

Em relação as rotas atuais executadas pela empresa, a proprietária só dispõe de informações relativas à ordem das cidades visitadas de cada rota, não possuindo conhecimento sobre o sequenciamento dos clientes. O próprio motorista afirma que cada semana atende os clientes em uma ordem diferente, devido a condições de trânsito, janela de tempo e tempo de serviço de cada cliente. Na rota de Paragominas, ele visita as cidades na seguinte ordem: Rondon do Pará, Dom Eliseu, Ulianópolis e Paragominas. Na rota de Tucuruí: Nova Ipixuna, Jacundá, Goianésia do Pará e Tucuruí.

Em relação à janela de tempo dos clientes, todos aceitam apenas entregas em horário comercial, ou seja, das oito da manhã até às seis horas da tarde. Alguns clientes, como restaurantes, ainda impõem a restrição de receber entregas no durante as dez e meia até às quatorze horas, por ser próximo ao almoço e, portanto, o horário mais movimentado desses estabelecimentos.

De acordo com a proprietária, são poucos os restaurantes atendidos e, por esta razão, a mesma considerou desnecessária a inclusão de uma restrição de janela de tempo específica para esses clientes. Caso na solução obtida com o modelo exista um restaurante a ser atendido nessa janela de tempo específica, a proprietária informou que trocar manualmente a ordem de apenas dois clientes é algo simples.

Atualmente, os pedidos de todos os clientes são contabilizados e confirmados uma semana antes, por meio da visita do vendedor da empresa a cada um dos estabelecimentos a qual ela atende. Essa política de vendas é relativamente nova, tendo sido implantada apenas no segundo semestre de 2014. Anteriormente, o vendedor estocava o caminhão com as diferentes famílias de produto e sabores com base numa previsão de demanda empírica feita pelo próprio

funcionário, e posteriormente seguia junto com o motorista para efetuar as vendas e entregas de forma simultânea.

Mesmo atendendo à rota com maior volume de clientes e pedidos, a utilização da capacidade de carga do caminhão não chega a 50%. A carga máxima de cada caminhão é, em torno, de 60.000 produtos, porém a média de carga utilizada é de 15.000 a 20.000. Por este motivo, optou-se por não se considerar a capacidade do caminhão uma restrição importante para este estudo de caso e, portanto, também foi decidido não contabilizar a real demanda de cada cliente.

Durante o estudo de caso, foram realizadas entrevistas semi-estruturadas junto à proprietária da empresa por meio de e-mails e contatos telefônicos a fim de se compreender a complexidade e o contexto do problema. Optou-se por entrevistar a proprietária devido a esta acompanhar todos os processos da empresa, desde a da compra de matéria-prima até a distribuição final de seus produtos. Verificou-se que, primordialmente, o objetivo do sistema de distribuição da empresa é sempre atender a todos os clientes.

De acordo com a proprietária, a principal dificuldade do sistema de distribuição da empresa ocorre devido à escassez de postos especiais de gasolina na região. Ela explica que dentre as cidades atendidas, apenas duas possuem postos de gasolina com uma tomada elétrica trifásica, estas sendo Paragominas e Parauapebas. Dentro desse contexto, o caminhão necessita efetuar frequentes viagens de ida e volta entre as cidades com clientes a serem atendidos e as cidades que possuem os postos. Os postos com tomada trifásica são visitados, em média, duas vezes por rota de entrega, e no máximo três vezes.

Ela ainda argumenta sobre a necessidade de se efetuar as rotas no menor tempo possível, uma vez que quanto mais cedo o veículo retorna para o depósito da empresa, maior este possui disponível para manutenção e verificações de segurança.

### **3. Conclusões e objetivos da pesquisa**

O mercado de laticínios no Brasil é dominado pela multi-nacionais, que possuem altos investimentos em eficiência em toda a cadeia produtiva de forma a maximizar a sua competitividade. Esse cenário demanda que, as empresas nacionais de pequeno e médio porte, busquem formas de também aumentar sua eficiência e conseqüentemente sua competitividade.

É possível perceber que o problema de distribuição da aqui descrito é muito particular, em vista da escassez de postos especiais de gasolina da região à qual a empresa atende. Essa característica regional ocasiona numa perda de competitividade devido ao motorista gastar um tempo excessivo em viagens de ida e volta entre as cidades com clientes a serem atendidos e a cidade com posto de gasolina com tomada trifásica.

Esta pesquisa objetiva desenvolver um modelo de roteamento de veículos com a finalidade de maximizar o atendimento de clientes no menor tempo possível, atendendo as restrições de janela de tempo e de refrigeração do baú. Com esse objetivo, foi proposto um modelo linear inteiro misto baseado nas formulações de Bard et al. (2002) e Cordeau et al. (2002) para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo, visando representar os objetivos da empresa e restrições relevantes envolvidas nas operações de entrega dos caminhões de forma mais próxima possível da realidade.

Resultados preliminares com o modelo conseguiram reduzir em 42% o tempo da rota de Paragominas, e 59% da rota de Tucuruí. Com o modelo foram também obtidas soluções ótimas para exemplos com 40 clientes, 1 caminhão e um posto com tomada trifásica em 2 horas de processamento.

Como próximos passos da pesquisa, pretende-se utilizar o modelo proposto para

definir rotas para o mercado em expansão da empresa, uma vez que a mesma planeja atender clientes também na capital do estado e em cidades do caminho. Também almeja-se comparar as soluções do modelo proposto com soluções de uma adaptação do modelo desenvolvido por Schneider et al. (2014) para o problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo e estações de recarga, o qual também trata de problemas com restrições de recarga de bateria porém sob outro paradigma. Ainda ao final deseja-se fazer uso de um modelo de localização, em conjunto com o modelo desenvolvido, de forma a preconizar qual(is) postos de gasolina, dentre os já existentes, seria interessante para a empresa a instalação de uma tomada elétrica trifásica.

**Agradecimentos:** À FAPESP, pela concessão da bolsa de mestrado (Processo nº 14/10330-0), a primeira autora.

#### 4. Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS INDÚSTRIAS DA ALIMENTAÇÃO (ABIA) (São Paulo)** , *A Força do Setor de Alimentos*, (Disponível em: <http://abia.org.br/vst/AForcadoSetordeAlimentos.pdf>), 2013.
- BARD, J. et al.** , A Branch-and-Cut Procedure for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Transportation Science*, v. 36, 2002, 250-269.
- BNDES**, *Porte de empresa*, (Disponível em: [http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/bndes/bndes\\_pt/Institucional/Apoio\\_Financeiro/porte.](http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/bndes/bndes_pt/Institucional/Apoio_Financeiro/porte.)), 2013.
- CARVALHO, G** , *A Indústria de laticínios no Brasil: passado, presente e futuro*, (Disponível em: <http://pt.engormix.com/MA-pecuaria-leite/industria-leitera/artigos/industria-laticinios-brasil-passado-t1222/472-p0.htm>), 2013.
- CORDEAU, J. et al.** (2002), The VRP with time windows. In: Toth, P., Vigo, D. *The Vehicle Routing Problem - SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications*, Philadelphia, 2002, 157-193.
- EMBRAPA** (2003), Sistema de Produção de Leite (Zona da Mata Atlântica), *Embrapa Gado de Leite: Sistemas de Produção*, Minas Gerais, jan. 2003, 10-30.
- MUNDOMAQ**, *Aula caminhão refrigerado*, (Disponível em: [http://www.mundomaq.com/aula\\_caminhao\\_refrigerado](http://www.mundomaq.com/aula_caminhao_refrigerado)), 2015.
- RIBEIRO, P**, Logística na Indústria de Laticínios: dois estudos de caso em cooperativas, *Cadernos de Debate*, Campinas, v. 7, 45-64, 1999.
- SCHNEIDER, M., STENGER, A., GOEKE, D**, The Electric Vehicle-Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations, *Transportation Science - Articles in Advance*, Maryland, 1-21, 2014.
- SOUZA NETO, P.**, Roteirização de Veículos como Estratégia de Melhoria do Nível de Serviço Logístico Aplicado na Pequena Empresa. Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP) *Anais*, São Carlos, 2010.
- TRANSFIGOR**, *Manual de Instalação - Transfigor*, (Disponível em: [http://www.transfigor.com.br/images/Microsoft%20Word%20-%20MANUAL\\_INSTALA%C3%87%C3%83O\\_Julho\\_2009.pdf](http://www.transfigor.com.br/images/Microsoft%20Word%20-%20MANUAL_INSTALA%C3%87%C3%83O_Julho_2009.pdf)), 2009.

# **PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM JANELAS DE TEMPO, FROTA MISTA E CUSTOS ESCALONADOS**

**João L. V. Manguino**

Departamento de Engenharia de Produção da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
joao.manguino@usp.br

**Débora Pretti Ronconi**

Departamento de Engenharia de Produção da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
dronconi@usp.br

## **Resumo**

Este trabalho aborda o problema de roteamento de veículo com restrições de janela de tempo nos clientes e no armazém, com frota mista e custo de transporte calculado por meio de faixas de distâncias nas quais o valor é fixo para cada tipo de veículo. Esta característica de cobrança de valor fixo de frete por faixas de distância é encontrada, principalmente, em casos de terceirização da frota. O objetivo deste trabalho, ao abordar o tema, é propor uma formulação matemática e aplicar métodos heurísticos. No texto a seguir o problema será apresentado e descrito, serão apresentadas restrições para a formulação com faixas de distância, métodos heurísticos serão explicados e seus testes discutidos, além de serem expostos os trabalhos futuros previstos para concluir este estudo.

## **Introdução e Descrição do Problema**

O problema de roteamento de veículos (VRP) tem grande importância na literatura e vem sendo amplamente estudado por sua grande relevância para a Indústria e diversas atividades relacionadas a distribuição de materiais. Seu estudo começou com o VRP clássico proposto por Dantzig and Ramser (1959), no qual veículos idênticos, partindo de um armazém central, fazem entregas, ou coletas, em pontos espalhados no espaço, cada um com sua demanda. A primeira abordagem heurística foi proposta por Clarke e Wright (1964) com o algoritmo de *savings*. Desde essa primeira proposição, muitas variações do problema foram criadas para tentar aproximar o problema das características da situação real e os diferentes cenários que podem ser encontrados, como enumera Laporte (2009). Desta forma características e restrições de clientes, veículos e armazéns foram adicionadas.

O problema de roteamento de veículos com frota mista (FSMVRP) foi proposto pela primeira vez por Golden *et al.* (1984). Já o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (VRPTW), teve primeira abordagem em Solomon (1987), no qual foram gerados problemas teste os quais foram adaptados para outros problemas de roteamento. O problema de roteamento com frota mista e janelas de tempo (FSMVRPTW) teve sua primeira proposição em Liu e Shen (1999).

Este trabalho propõe adicionar uma outra importante característica para esse problema. Além das características já abordadas no FSMVRPTW, é abordado a forma de custo através do pagamento de frete calculado a partir de tabela de valores fixos em faixas de distância. Essa cobrança acontece, geralmente, quando a frota de veículos que realiza as entregas é uma terceira contratada pela empresa que possui os bens e clientes. A empresa que aluga a frota de veículos é conhecida como uma companhia de logística terceira (3PL) e dentre as formas de frete utilizada para cobrar pelo seu serviço, existe a cobrança de frete por valores fixos conforme o a distância que o veículo percorre, a qual pode ser atribuída a uma faixa, e o tipo de veículo utilizado. Isso

gera uma tabela de frete de simples aferição, basta saber qual o veículo utilizado e em qual faixa sua distância foi percorrida que o valor a ser cobrado é encontrado.

Desta forma, o problema abordado é o roteamento de veículos com janelas de tempo, frota mista e custos escalonados (FSMVRPTWSC). A figura 1 apresenta um exemplo numérico de cálculo de frete por faixas de distância para apenas um tipo de veículo.

Freight cost table		
Range	Limits	Cost
1	$0 < d \leq 10$	30
2	$10 < d \leq 25$	60
3	$25 < d \leq 45$	150
4	$45 < d \leq 60$	$15 + 3d$

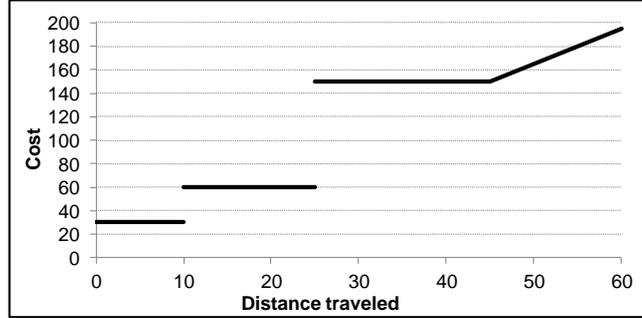


Figura 1. Tabela de frete e a representação gráfica da mesma.

## Formulação Matemática

Na abordagem deste problema, é proposta uma formulação de programação linear inteira mista (PLIM) baseada na formulação de Dullaert *et al.* (2002) para o FSMVRPTW. Sobre essa formulação, foram adicionadas restrições para atribuir a faixa de distância para cada rota.

Para isso, fora criada a variável de decisão  $z_{kf}^v$  que vale 1 caso o veículo  $v$  seja do tipo  $k$  e a distância percorrida por ele está na faixa de distância  $f$ . A tabela de fretes tem faixas de distância conhecidas, sendo assim  $1 \leq f \leq F$ . Cada faixa de distância  $f$  se inicia em  $W_f$  e termina em  $W_{f+1}$ . O custo de um veículo, dado pela variável de decisão  $P^v$ , do tipo  $k$  que percorreu distância total ( $D^v$ ) dentro da faixa  $f$  tem custo  $C_{kf}$ , com excessão da última faixa ( $F$ ) onde o custo cresce linearmente a partir do valor da penúltima faixa de distância  $P^v = C_{kF} \times (D^v - W_F) + C_{kF-1}$

As restrições adicionadas ao modelo são:

$$D^v = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n x_{ij}^v d_{ij} \quad v = 1, \dots, V \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{f=0}^F z_{kf}^v = 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (2)$$

$$D^v - W_y \leq M \sum_{k=1}^K \sum_{f=y}^F z_{kf}^v \quad v = 1, \dots, V; y = 1, \dots, F-1 \quad (3)$$

$$-(D^v - W_F) \leq M(1 - \sum_{k=1}^K z_{kF}^v) \quad v = 1, \dots, V \quad (4)$$

$$P^v \geq \sum_{k=1}^K \sum_{f=0}^{F-1} z_{kf}^v C_{kf} \quad v = 1, \dots, V \quad (5)$$

$$P^v \geq C_{kF-1} + C_{kF}(D^v - W_F) - M(1 - z_{kF}^v) \quad v = 1, \dots, V; k = 1, \dots, K \quad (6)$$

A restrição (1) define a variável  $D^v$  como a distância total percorrida por cada veículo  $v$ , a qual é obtida pela soma da distância  $d_{ij}$  entre cada par de clientes  $i$  e  $j$ . Para saber se essa ligação entre os clientes  $i$  e  $j$  é feita pelo veículo  $v$ , existe a variável binária  $x_{ij}^v$  que gera valor 1 caso afirmativo e 0 caso contrário. A restrição (2), garante que, para cada veículo  $v$ , somente uma combinação de  $k$  e  $f$  terá  $z_{kf}^v$  com valor 1. A faixa de distância a qual cada veículo é determinado pelo conjunto de restrições (3) e (4) e as restrições (5) e (6) calculam o valor do custo total ( $P^v$ ) de cada veículo  $v$  de cada veículo. A restrição (3) determina a faixa mínima da distância percorrida pelo veículo para as faixas de distância cujo custo é fixo, como este é um modelo de minimização de custo e cada aumento de faixa significa um custo maior, o modelo vai sempre buscar minimizar

a faixa de distância. A restrição (5) calcula o valor para essas faixas. A restrição (4) verifica se a distância percorrida por  $v$  faz ele ficar na última faixa de distância, que por ser diferente de todas as outras faixas precisa de uma restrição específica para ela e a restrição (6) calcula o valor  $P^v$  para esse caso.

## Metodos Heurísticos

Liu e Shen (1999) determinam que o FSMVRPTW é *NP-Hard*, por redução polinomial pode se concluir que o FSMVRPTWSC. Portanto além da formulação, este trabalho propõe três métodos heurísticos baseados na inserção sequencial. Esse método foi proposto por Solomon (1987) para o VRPTW, e adaptado para o FSMVRPTW por Dullaert *et al.* (2002). Os métodos propostos nesse trabalho são baseados nessa heurística adaptada e são nomeados SC1, SC2 e SC3.

Os três métodos são de inserção sequencial, ou seja, criam uma rota por vez, começando por uma rota que atende um único cliente e a cada iteração verifica se existe algum cliente o qual o aumento de custo da sua inserção na rota é benéfico comparado com o de criar uma rota exclusiva para aquele cliente. A comparação é balizada por uma série de critérios, como aumento de distância da rota, tempo de viagem, redução da capacidade do veículo, entre outros fatores. A principal diferença dos três métodos é a forma de comparar o valor de cada opção.

O método SC1 avalia o impacto negativo em aumento de distância, tempo de rota e custo, se houver uma mudança em faixa de custo ao incluir um cliente na rota, contra o impacto positivo também em distância, tempo e custo da rota individual para este cliente. Já o SC2 avalia somente tempo e custo, uma vez que o impacto da distância nesse tipo de problema não é linear, ele depende da faixa de distância. Finalmente a SC3 avalia, assim como a SC2, tempo e variação de custo, entretanto ele leva em conta que ao aumentar a distância a ponto de mudar de faixa de distância, abre-se a oportunidade de futuramente adicionar mais clientes na rota, e então esse aumento de custo é, ao mesmo tempo, uma oportunidade. Portanto, SC3 avalia tempo e custo, descontando a oportunidade de futuras inserções de clientes na rota naquela mesma faixa de distância, versus tempo e custo da rota somente ao cliente, também descontando o potencial de adicionar clientes nessa rota individual.

## Resultados Computacionais

Não foram encontrados trabalhos que abordem o FSMVRPTWSC diretamente na literatura, tampouco instâncias de referência, ou resultados de outros trabalhos para avaliar os métodos propostos. Desta forma foram tomadas duas iniciativas para avaliação. Primeiro adaptou-se as instancias-referência de Solomon (1987), já adaptadas por Liu e Shen (1999) para o FSMVRPTW, para o cenário de custos escalonados, gerando um total de 168 instâncias com 100 clientes cada para teste. Nessas instâncias foram testados os três métodos propostos, além da heurística ACS de Dullaert (2002) sem adaptações para os custos escalonados. Nessas instâncias, a ACS gera resultados em média 60% mais custosos que o melhor dos três métodos e, em nenhum cenário gera o melhor resultado. Assim, fica claro que a adaptação de um método heurístico para os custos escalonados é relevante.

A segunda iniciativa foi de gerar 54 pequenas instâncias, de apenas 10, 20 e 25 clientes para que seja possível obter uma solução ótima utilizando o software CPLEX, obtendo resultados em 37 delas. Com essas, cujos ótimo é conhecido, os métodos propostos foram testados para avaliar sua eficácia. Nesse grupo, os métodos obtiveram resultados que levaram a sua reavaliação. No melhor dos métodos, a diferença média foi de 13%, com variações acima do desejado.

## **Trabalhos Futuros**

No atual momento, os métodos estão sendo reavaliados, inclusive um novo está sendo analisado, explorando mais diretamente as características dos custos por faixas de distância. A expectativa é que esse novo método traga resultados mais próximos dos ótimos conhecidos para essas pequenas instâncias geradas e tenha desempenho superior aos outros três existentes.

## **Referências:**

**Clarke, G., Wright, J.** (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research* 12, 568-581.

**Dantzig, G.B., Ramser, J.H.** (1959). The truck dispatching problem. *Management Science* 6, 80-91.

**Dullaert, W., Janssens, G.K., Sörensen, K., Vernimmen, B.** (2002). New heuristics for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *Journal of the Operational Research Society* 53, 1232-1238.

**Golden, B.L., Assad, A., Levy, L., Gheysens, F.** (1984). The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers and Operations Research* 11, 49-66.

**Laporte, G.**, (2009). Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science* 43, 408-416.

**Liu, F.H., Shen, S.Y.** (1999). The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *Journal of Operational Research Society* 50, 721-732.

**Solomon, M.M.** (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time windows constraints. *Operations Research* 35, 254-265.

**Sessão 6 - Apresentações orais: abertura coordenador Douglas Alem.**

Localização de centros de auxílio e distribuição de suprimentos em operações de respostas a desastres.

Alfredo Moreno, Douglas Alem, Deisemara Ferreira.

Planejamento de rotas de navegação para Vants através dos métodos RRT e transformada de distância.

Maria J. Pinto, Felipe L. L. de Medeiros, Mônica M. de Marchi, Lucas M. Silva, Leonardo S. Cordeiro.

Recálculo rápido do valor da função objetivo do problema de programação quadrática.

Autores: Cláudio Nogueira de Meneses, Eduardo B. Gomes Moreira.

# **LOCALIZAÇÃO DE CENTROS DE AUXÍLIO E DISTRIBUIÇÃO DE SUPRIMENTOS EM OPERAÇÕES DE RESPOSTAS A DESASTRES**

**Alfredo Moreno**

Departamento de Engenharia de Produção da UFSCar - Sorocaba  
Rodovia João Leme dos Santos, Km 110, SP-264, Itinga Sorocaba, 18052-780  
alfredmor09@hotmail.com

**Douglas Alem**

Departamento de Engenharia de Produção da UFSCar - Sorocaba  
Rodovia João Leme dos Santos, Km 110, SP-264, Itinga Sorocaba, 18052-780  
douglas@ufscar.br

**Deisemara Ferreira**

Departamento de Engenharia de Produção da UFSCar - Sorocaba  
Rodovia João Leme dos Santos, Km 110, SP-264, Itinga Sorocaba, 18052-780  
deisemaraferreira@gmail.com

## **RESUMO**

A localização de centros de auxílio para o atendimento das vítimas e a distribuição de suprimentos essenciais à sobrevivência são operações chaves em situações de desastre. Embora muitos trabalhos da literatura tenham desenvolvido modelos matemáticos para auxiliar em alguma dessas decisões, poucos autores se preocuparam em integrar ambas as decisões com o dimensionamento da frota na tentativa de gerar soluções mais eficientes. No presente trabalho esta integração é estudada, é desenvolvido um modelo de programação estocástica inteira mista para apoiar as decisões de localização, distribuição e dimensionamento de frota de forma integrada num contexto multi-período, multi-produto e com frota heterogênea, e ainda considerando incertezas comuns aos desastres, como quantidade de vítimas, disponibilidade de suprimentos, condições dos estoques e disponibilidade das estradas. Além disso, considerou-se o tempo das operações de transporte. Técnicas heurísticas de decomposição foram desenvolvidas para resolver instâncias de grande porte. O modelo e as heurísticas propostas foram analisados com base nas informações do megadesastre da região Serrana do Rio de Janeiro de 2011.

**PALAVRAS CHAVE.** Logística humanitária, Localização-distribuição, Dimensionamento da frota, Programação estocástica inteira-mista.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.7 Problemas de programação e roteirização de veículos.

## 1. Introdução

Em situações de desastre existem operações realizadas antes da ocorrência do desastre (pré-desastre) e operações realizadas após o início do desastre (pós-desastre) (Altay e Green, 2006). Dentre essas decisões, a coordenação das decisões de localização e distribuição compõe uma importante área de estudo em logística humanitária, pois em situações de desastre não existe um *tradeoff* claro entre localização e transporte em termos do custo total da rede. Além disso, poucos pesquisadores (Mete e Zabinsky, 2010; Salmerón e Apte, 2010; Rath et al., 2015) têm se preocupado em integrar o dimensionamento de frota às decisões de localização e distribuição. Por um lado, superestimar o número e os tipos de veículos necessários para realizar o transporte incorre em custos excessivos e, conseqüentemente, à escassez de recursos que poderiam ser empregados em outras atividades. Por outro lado, subestimar a frota de veículos pode causar uma distribuição ineficiente dos suprimentos. A imprevisibilidade do desastre e do seu impacto dificulta ainda mais a tomada de decisões. Com recursos limitados, os órgãos que fazem a gestão de desastres devem responder da melhor maneira a qualquer que seja a consequência desses eventos. Nesse trabalho, é proposto um modelo dinâmico que integra as decisões de localização, distribuição e dimensionamento de frota sob incertezas e são propostas técnicas heurísticas de decomposição para resolver grandes instâncias do problema. O modelo é analisado com base em instâncias geradas a partir de dados reais do megadesastre da Região Serrana do Rio de Janeiro em 2011 - inundações e movimentos de massa - desastres recorrentes no Brasil e no mundo. Esse tipo de desastre também é tema de investigação nos trabalhos de Corradini e Alem (2014) e Alem e Clark (2014). Esse trabalho está organizado da seguinte maneira. A Seção 2 apresenta a descrição do problema e a formulação matemática. A Seção 3 descreve os resultados computacionais. Finalmente, a Seção 4 apresenta as considerações finais.

## 2. Descrição do problema e formulação matemática

Basicamente, o modelo desenvolvido nesse trabalho combina os problemas de localização de centros de auxílio, transporte de produtos, dimensionamento da frota e alocação da demanda. O problema de localização determina em qual das localidades operar os centros de auxílio, cuja capacidade de armazenamento total e por produto deve ser respeitada. Podem existir estoques de produtos nos depósitos e nos centros de auxílio, sendo que nem toda a quantidade de produtos estocados nos centros de auxílio permanece em condições de ser utilizada de um período para o outro devido ao impacto do desastre. Assume-se que os centros de auxílio abertos devem permanecer em funcionamento até o final das operações humanitárias. O problema de transporte consiste em determinar a quantidade de cada tipo de produto que deve ser transportada dos depósitos até os centros de auxílio. Além disso, deve-se determinar em que veículos (respeitando a suas capacidades em volume e peso) deve ser realizado o transporte desses produtos, considerando que há um conjunto de rotas que não estão disponíveis para alguns tipos de veículos. O problema de dimensionamento da frota envolve a decisão de determinar a quantidade e os tipos de veículos que devem ser contratados em cada depósito para distribuir os produtos. Finalmente, o problema de alocação da demanda consiste em designar uma fração da demanda de cada área afetada aos centros de auxílio, onde as vítimas podem se abastecer com os itens que necessitam. O objetivo do modelo é realizar o atendimento das vítimas do desastre minimizando o custo total esperado. A notação matemática é apresentada a seguir.

## Conjuntos

$W$  : Produtos;  $I$  : Depósitos;  $J$  : Centros de auxílio;  $K$  : Áreas afetadas;  $L$  : Veículos disponíveis;  $T$  : Períodos;  $\Xi$  : Cenários.

## Parâmetros Determinísticos

$c_j^x (c_j^y)$  : Custo de abertura (operação) do centro de auxílio  $j$ .

$c_l^n$  : Custo de utilização do veículo  $l$ ;  $c_{ijl}^v$  : Custo de transporte do veículo  $l$  no arco  $i \rightarrow j$ .

$c_w^+$  : Custo de estoque do produto  $w$ ;  $c_w^-$  : Penalidade por demanda insatisfeita do produto  $w$ .

$c_{kj}^z$  : Custo do centro de auxílio  $j$  atender a demanda da área afetada  $k$ .

$b_w (b_w')$  : Volume (peso) do produto  $w$ ;  $k_l^v (k_l'^v)$  : Capacidade em volume (peso) do veículo  $l$ .

$k_j^c$  : Capacidade do centro de auxílio  $j$  (volume);  $k_{wj}^{cp}$  : Capacidade de armazenamento do produto  $w$  no centro de auxílio  $j$  (quantidade de produtos).

$\ell_{ijl}$  : Tempo de transporte do veículo  $l$  na rota  $i \rightarrow j$ ;  $nt_t$  : Tamanho do período  $t$ .

$M$  : Número suficientemente grande, pode ser estabelecido como  $nt_t$ .

## Parâmetros estocástico

$q_{wit}^\xi$  : Suprimento de produtos  $w$  no depósito  $i$  no período  $t$  no cenário  $\xi$ .

$\rho_{wjt}^\xi$  : Proporção do produto  $w$  no centro de auxílio  $j$  no cenário  $\xi$  que permanece utilizável entre dois períodos  $t - 1$  e  $t$ .

$d_{wkt}^\xi$  : Demanda do produto  $w$  na área afetada  $k$  no período  $t$  no cenário  $\xi$ .

$u_{ijlt}^\xi$  : Indica se a rota  $i \rightarrow j$  está disponível para ser percorrida pelo veículo  $l$  no período  $t$  no cenário  $\xi$  ( $u_{ijlt}^\xi = 1$ ), ou não ( $u_{ijlt}^\xi = 0$ ).

$\pi^\xi$  : Probabilidade de ocorrência do cenário  $\xi$ .

## Variáveis de Decisão de Primeiro Estágio

$X_{jt}$  : Indica se o centro de auxílio  $j$  é aberto no período  $t$  ( $X_{jt} = 1$ ), ou não ( $X_{jt} = 0$ ).

$Y_{jt}$  : Indica se o centro de auxílio  $j$  está operando no período  $t$  ( $Y_{jt} = 1$ ), ou não ( $Y_{jt} = 0$ ).

$N_{lit}$  : Variável binária que indica se o veículo  $l$  é contratado no depósito  $i$  no período  $t$  ( $N_{lit} = 1$ ), ou não ( $N_{lit} = 0$ ).

## Variáveis de Decisão de Segundo Estágio

$P_{wijlt}^\xi$  : Quantidade de produtos  $w$  transportado no arco  $i \rightarrow j$  pelo veículo  $l$  no período  $t$  no cenário  $\xi$ .

$V_{ijlt}^\xi$  : Número de vezes que o veículo  $l$  percorre a rota  $i \rightarrow j$  no período  $t$  no cenário  $\xi$ .

$Z_{wkjt}^\xi$  : Número de produtos  $w$  entregues no centro de auxílio  $j$  para área afetada  $k$  no período  $t$  no cenário  $\xi$ .

$E_{wit}^\xi$  : Quantidade de produtos  $w$  estocados no depósito  $i$  no período  $t$  no cenário  $\xi$ .

$I_{wjt}^{\xi+}$  : Quantidade de produtos  $w$  estocados no centro de auxílio  $j$  no período  $t$  no cenário  $\xi$ .

$I_{wkt}^{\xi-}$  : Demanda insatisfeita do produto  $w$  na área afetada  $k$  no período  $t$  no cenário  $\xi$ .

O modelo pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} c_j^x \cdot X_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} c_j^y \cdot Y_{jt} + \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} c_l^n \cdot N_{lit} + \\
& \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{\xi \in \Xi} \pi^\xi \cdot c_{ijl}^v \cdot V_{ijlt}^\xi + \sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{\xi \in \Xi} \pi^\xi \cdot c_{kjt}^z \cdot Z_{wkjt}^\xi + \\
& \sum_{w \in W} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{\xi \in \Xi} \pi^\xi \cdot c_w^+ \cdot I_{wjt}^{\xi+} + \sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \sum_{\xi \in \Xi} \pi^\xi \cdot c_w^- \cdot I_{wkt}^{\xi-} \quad (1)
\end{aligned}$$

s.a.

$$\sum_{i \in I} \sum_{l \in L} P_{wijlt}^\xi + \rho_{wjt}^\xi \cdot I_{wj(t-1)}^{\xi+} = \sum_{k \in K} Z_{wkjt}^\xi + I_{wjt}^{\xi+}, \quad \forall w \in W, j \in J, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (2)$$

$$q_{wit}^\xi + E_{wi(t-1)}^\xi = \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} P_{wijlt}^\xi + E_{wit}^\xi, \quad \forall w \in W, i \in I, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (3)$$

$$I_{wkt}^{\xi-} = d_{wkt}^\xi - \sum_{j \in J} Z_{wkjt}^\xi + I_{wk(t-1)}^{\xi-}, \quad \forall w \in W, k \in K, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (4)$$

$$\sum_{w \in W} \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} b_w \cdot P_{wijlt}^\xi + \sum_{w \in W} b_w \cdot I_{wj(t-1)}^{\xi+} \leq k_j^c \cdot Y_{jt}, \quad \forall j \in J, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{l \in L} P_{wijlt}^\xi + I_{wj(t-1)}^{\xi+} \leq k_{wj}^{cp} \cdot Y_{jt}, \quad \forall w \in W, j \in J, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (6)$$

$$V_{ijlt}^\xi \geq \frac{\sum_{w \in W} b_w \cdot P_{wijlt}^\xi}{k_l^v}, \quad \forall i \in I, j \in J, l \in L, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (7)$$

$$V_{ijlt}^\xi \geq \frac{\sum_{w \in W} b'_w \cdot P_{wijlt}^\xi}{k_l^{v'}}, \quad \forall i \in I, j \in J, l \in L, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (8)$$

$$V_{ijlt}^\xi \leq M \cdot u_{ijlt}^\xi \cdot N_{lit}, \quad \forall i \in I, j \in J, l \in L, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (9)$$

$$\sum_{j \in J} 2\ell_{ijl} \cdot V_{ijlt}^\xi \leq nt_t, \quad \forall i \in I, l \in L, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (10)$$

$$Y_{jt} \geq Y_{j(t-1)}, \quad \forall j \in J, t \in T. \quad (11)$$

$$X_{jt} \geq Y_{jt} - Y_{j(t-1)}, \quad \forall j \in J, t \in T. \quad (12)$$

$$N_{lit}, Y_{jt} \in \{0, 1\} \quad \forall l \in L, i \in I, j \in J, t \in T. \quad (13)$$

$$V_{ijlt}^\xi \geq 0 \text{ e inteiro}, \quad \forall i \in I, j \in J, l \in L, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (14)$$

$$P_{wijlt}^\xi, Z_{wkjt}^\xi, I_{wjt}^{\xi+}, I_{wkt}^{\xi-}, E_{wit}^\xi, X_{jt} \geq 0, \quad \forall w \in W, i \in I, j \in J, k \in K, t \in T, \xi \in \Xi. \quad (15)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo total esperado, composto pelos custos de primeiro estágio (abertura e operação dos centros de auxílio e designação de veículos) e pelos custos de segundo estágio (transporte, estoque, atraso e atendimento da demanda). As restrições (2) e (3) garantem a conservação do fluxo de produtos nos centros de auxílio e nos depósitos, respectivamente. A restrição (4) determina a demanda insatisfeita das áreas afetadas. As restrições (5) e (6) limitam o fluxo de produtos de acordo com a capacidade total e por produto dos centros de auxílio. As restrições (7) e (8) determinam o número mínimo de veículos necessários no segundo estágio, respeitando as capacidades (peso e volume) dos veículos. A restrição (9) assegura que só os veículos contratados no primeiro estágio podem transportar produtos pelos arcs disponíveis no segundo estágio. A restrição

(10) limita o tempo total de transporte dos veículos ao tamanho do período, i.e., a soma dos percursos dos veículos num período tem que ser menor do que o tamanho do período. As restrições (11) e (12) garantem a abertura e operação dos centros de auxílio. As restrições (13), (14) e (15) representam o domínio das variáveis de decisão.

### 3. Resultados computacionais

Os modelos foram codificados em linguagem GAMS 24.1.3 e resolvidos pelo *solver* CPLEX 12.5.1. Foi estabelecido como critério de parada um limite de tempo de 3.600 segundos ou um gap de otimalidade menor do que 1%. Para melhorar a eficiência do *solver*, foram testadas 14 configurações alternativas à opção *default* do CPLEX. A melhor configuração encontrada foi utilizar o algoritmo dual simplex no nó raiz e nos nós da árvore, desligar os planos de corte e alterar a frequência da heurística RINS para cada 100 nós. Esta estratégia CPLEX foi denominada CPX15. Mesmo com a melhor configuração encontrada, foram obtidas soluções com gaps maiores a 99% para algumas das instâncias. Foram consideradas 24 instâncias de pequeno (S), médio (M) e grande (L) porte como em Moreno et al. (2015).

Dado que o modelo matemático envolve múltiplos períodos, produtos e veículos, é possível explorar o uso de heurísticas de decomposição, como as heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*. Heurísticas desse tipo têm sido usadas com sucesso em diferentes classes de problemas (Ferreira et al., 2010; Seeanner et al., 2013). Sete heurísticas de cada tipo foram propostas com base nas partições apresentadas na Tabela 1.

**Table 1. Partição de variáveis nas heurísticas *relax-and-fix* (RFX) e *fix-and-optimize* (FXO).**

Estratégia	Partição das variáveis (para RFX e FXO)	Variáveis fixadas (para RFX)
RFX1 e FXO1	Por período. Forward.	$X_{jt}, Y_{jt}, N_{lit}, V_{ijlt}^{\xi}$
RFX2 e FXO2	Por período. Backward.	$X_{jt}, Y_{jt}, N_{lit}, V_{ijlt}^{\xi}$
RFX3 e FXO3	Por cenário. Forward.	$V_{ijlt}^{\xi}, E_{wit}^{\xi}, J_{wjt}^{\xi+}, I_{wkt}^{\xi-}$
RFX4 e FXO4	Por cenário. Backward.	$V_{ijlt}^{\xi}, E_{wit}^{\xi}, J_{wjt}^{\xi+}, I_{wkt}^{\xi-}$
RFX5 e FXO5	Por período (Forward). Dentro dos períodos por cenário (Forward).	$Y_{jt}, N_{lit}, V_{ijlt}^{\xi}, J_{wjt}^{\xi+}, I_{wkt}^{\xi-}$
RFX6 e FXO6	Segundo estágio e primeiro estágio. Segundo estágio, por cenário (Forward).	$V_{ijlt}^{\xi}, E_{wit}^{\xi}, J_{wjt}^{\xi+}, I_{wkt}^{\xi-}$
RFX7 e FXO7	Segundo estágio e primeiro estágio. Segundo estágio, por cenário (Backward).	$V_{ijlt}^{\xi}, E_{wit}^{\xi}, J_{wjt}^{\xi+}, I_{wkt}^{\xi-}$

A Tabela 2 resume o resultado das melhores estratégias testadas, i.e., CPX15, RFX3 e FXO2. Ambas estratégias heurísticas (RFX3, FXO2) melhoraram, em média, o valor da função objetivo e o tempo computacional da estratégia CPX15. Porém, a estratégia CPX15 apresenta os menores gaps para as instâncias pequenas e médias. A melhoria das heurísticas foi principalmente no tempo computacional das instâncias pequenas e médias e na função objetivo das instâncias grandes. Com CPX15 os gaps nas instâncias grandes eram maiores do que 99%, enquanto que com RFX3 e FXO2 foram obtidos gaps menores do que 97% e 64%, respectivamente, no limite de tempo de 3.600 segundos. O valor médio da função objetivo foi 93,6% e 98,7% menor com as estratégias RFX3 e FXO2 do que com a estratégia CPX15. A heurística FXO2 apresentou um menor tempo computacional do que a heurística RFX3 para a maioria das instâncias, porém RFX3 apresentou menores gaps do que FXO2 para instâncias pequenas e médias. Para as instâncias grandes, no entanto, é a heurística FXO2 a que apresenta os menores gaps. Note que com todas as estratégias foi atingido o tempo limite estabelecido de 3.600 segundos nas instâncias grandes.

**Table 2. Melhores estratégias de solução.**

Ins tân cia	CPX15			RFX3			FXO2		
	Função objetivo (R\$)	Tempo (sec.)	Gap (%)	Função objetivo (R\$)	Tempo (sec.)	Gap (%)	Função objetivo (R\$)	Tempo (sec.)	Gap (%)
S1	30.267	17,16	<b>0,7920</b>	30.357	14,45	1,086	31.889	<u>6,035</u>	5,840
S2	18.152	19,32	<b>0,3608</b>	18.196	13,95	0,5986	18.217	<u>5,601</u>	0,7143
S4	30.267	7,844	<b>0,4476</b>	30.331	4,563	0,6592	31.634	<u>4,491</u>	4,752
S5	30.267	10,79	<b>0,7261</b>	30.331	13,11	0,9371	31.895	<u>6,383</u>	5,795
S6	57.614	15,65	<b>0,7221</b>	57.902	3,750	1,215	66.120	<u>3,276</u>	13,49
S7	34.840	53,06	<b>0,2698</b>	34.905	8,704	0,4568	39.249	<u>5,837</u>	11,47
S8	105.410	4,008	<b>0,3999</b>	105.980	2,282	0,8242	113.291	<u>1,113</u>	7,224
S9	17.861	54,31	<b>0,7932</b>	17.861	28,63	<b>0,7932</b>	18.536	<u>6,021</u>	4,408
M1	15.848.987	797,0	0,6581	15.786.525	948,9	<b>0,2650</b>	16.178.331	<u>656,5</u>	2,680
M2	1.539.235	3.600	<b>0,7295</b>	1.541.390	2.407	0,8683	1.567.880	<u>1.300</u>	2,543
M4	17.190.605	513,0	<b>0,2497</b>	17.212.601	677,1	0,3772	17.541.857	<u>209,0</u>	2,247
M5	16.317.562	843,0	<b>0,5803</b>	16.335.465	954,8	0,6892	16.771.335	<u>704,9</u>	3,270
M6	38.120.964	373,0	<b>0,2937</b>	38.339.079	706,9	0,8610	38.449.435	<u>257,3</u>	1,146
M7	15.816.470	913,0	0,3906	15.801.127	967,8	<b>0,2939</b>	16.169.068	<u>554,3</u>	2,563
M8	63.346.264	107,0	<b>0,1288</b>	63.415.328	429,4	0,2375	63.796.957	<u>223,2</u>	0,8343
M9	6.764.563	1.945	1,015	6.757.833	2.086	0,9165	6.924.043	<u>303,2</u>	3,295
L1	4.055.065.427	<u>3.600</u>	99,64	499.268.869	<u>3.600</u>	97,12	23.147.709	<u>3.600</u>	<b>37,78</b>
L2	4.055.065.427	<u>3.600</u>	99,86	41.714.311	<u>3.600</u>	86,10	11.585.533	<u>3.600</u>	<b>49,94</b>
L4	4.055.065.427	<u>3.600</u>	99,44	188.102.025	<u>3.600</u>	88,00	23.808.501	<u>3.600</u>	<b>5,171</b>
L5	4.055.065.427	<u>3.600</u>	99,63	92.497.322	<u>3.600</u>	83,89	24.169.915	<u>3.600</u>	<b>38,34</b>
L6	4.055.065.427	<u>3.600</u>	99,38	102.197.279	<u>3.600</u>	75,39	31.270.517	<u>3.600</u>	<b>19,59</b>
L7	4.055.065.427	<u>3.600</u>	99,64	218.170.374	<u>3.600</u>	93,32	24.452.078	<u>3.600</u>	<b>40,44</b>
L8	4.055.065.427	<u>3.600</u>	99,08	579.281.466	<u>3.600</u>	93,58	46.164.860	<u>3.600</u>	<b>19,38</b>
L9	2.027.532.714	<u>3.600</u>	99,76	51.542.229	<u>3.600</u>	90,38	13.799.168	<u>3.600</u>	<b>64,07</b>
Média	1.274.510.835	1.586	33,54	81.178.712	1.586	29,95	15.672.834	1.377	14,46

Melhores resultados para gap, Melhores resultados para tempo computacional.

#### 4. Conclusões e trabalhos futuros

Nesse trabalho foi desenvolvido um modelo de programação estocástica inteira-mista para o problema integrado de localização de centros de auxílio e distribuição de suprimentos em operações de resposta a desastres. Diferentemente da maioria dos trabalhos da literatura, o modelo proposto integra a localização-distribuição e o dimensionamento de frota heterogênea para contextos multi-períodos, multi-produtos e com considerações de custos de contratação, reaproveitamento de veículos e tempo de transporte. Além disso, o modelo considera as incertezas inerentes às situações de desastre. Para resolver instâncias de grande porte, foram exploradas diversas estratégias do algoritmo *branch-and-cut* do solver comercial CPLEX 12.5.1 e heurísticas de decomposição do tipo *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*. O modelo foi testado com dados baseados no megadesastre da região Serrana do Rio de Janeiro de 2011. Os resultados mostraram que, em geral, a utilização do método simplex dual, a proibição da geração de planos de corte e o aumento da frequência de utilização da heurística RINS melhoram o desempenho do *branch-and-cut* do solver. As estratégias heurísticas melhoraram, em média, o resultado do solver CPLEX em tempo computacional e qualidade de resposta. As heurísticas *fix-and-optimize* mostraram ser mais eficientes do que as heurísticas *relax-and-fix* para todos os conjuntos de instâncias. Uma limitação desse estudo é a desconsideração de custos sociais que considerem o tempo que as vítimas permanece sem suprimentos e o tempo computacional que ainda é alto para instâncias de grande porte.

**Agradecimentos:** O primeiro autor agradece à bolsa CAPES/DS. O segundo autor é grato às bolsas de pesquisa FAPESP (processo 2013/08303-2) e CNPq (processos 470154/2013-6 e 306237/2014-8) pelo apoio financeiro. O terceiro autor agradece à bolsa de pesquisa CNPq (processo 312569/2013-0).

## Referências

- Alem, D. e Clark, A.** (2014). Stochastic network models for preparedness and response in disaster relief. *Submetido para revisão*.
- Altay, N. e Green, W. G.** (2006). OR/MS research in disaster operations management. *European Journal of Operational Research*, 175(1):475–493.
- Corradini, L. M. e Alem, D.** (2014). O Problema de localização-distribuição no megadesastre da região Serrana no Rio de Janeiro. *Gestão & Produção*, 21(4):865–881.
- Ferreira, D., Morabito, R., e Rangel, S.** (2010). Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. *Computers & Operations Research*, 37(4):684–691.
- Mete, H. O. e Zabinsky, Z. B.** (2010). Stochastic optimization of medical supply location and distribution in disaster management. *International Journal of Production Economics*, 126(1):76–84.
- Moreno, A., Alem, D., e Ferreira, D.** (2015). Facility routing models by MIP heuristics in emergency logistics. *Submetido para revisão*.
- Rath, S., Gendreau, M., e Gutjahr, W. J.** (2015). Bi-objective stochastic programming models for determining depot locations in disaster relief operations *International Transactions in Operational Research*, 00.
- Salmerón, J. e Apte, A.** (2010). Stochastic optimization for natural disaster asset prepositioning. *Production and Operations Management*, 19(5):561–574.
- Seannar, F., Almada-Lobo, B., e Meyr, H.** (2013). Combining the principles of variable neighborhood decomposition search and the fix&optimize heuristic to solve multi-level lot-sizing and scheduling problems. *Computers & Operations Research*, 40(1):303–317.

# PLANEJAMENTO DE ROTAS DE NAVEGAÇÃO PARA VANTS ATRAVÉS DOS MÉTODOS RRT E TRANSFORMADA DE DISTÂNCIA

**Maria José Pinto**

**Felipe Leonardo Lobo de Medeiros**

**Mônica Maria De Marchi**

Instituto de Estudos Avançados (IEAv)

Trevo Cel Av José A. A. do Amarante, no 1, Putim, CEP 12228-001, São José dos Campos, SP  
maju@ieav.cta.br, felipe@ieav.cta.br, monica@ieav.cta.br

**Lucas Masiero Silva**

Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)

Av. Cesare M. G. Lattes, 1201, Eugênio de Mello, CEP 12247-014, São José dos Campos, SP  
lucasmasiero@gmail.com

**Leonardo Santos Cordeiro**

ETEP Faculdades

Av. Andrômeda, 423, Jardim Satélite, CEP 12230-000, São José dos Campos, SP  
leo.santos.cordeiro@gmail.com

## RESUMO

Este trabalho trata do planejamento de rotas de navegação para Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTS). Uma rota de navegação é a estrutura através da qual uma trajetória segura e dinamicamente viável é criada por meio das restrições cinemáticas e dinâmicas do VANT. Neste trabalho, será apresentado um ambiente de navegação definido através do modelo digital de elevação e alguns resultados utilizando o método RRT (*Rapidly-exploring Random Trees*) para o planejamento de rotas. Além disso, será apresentado o método Transformada de Distância e uma proposta de comparação destes métodos utilizando o mesmo ambiente de navegação.

**PALAVRAS CHAVE.** Planejamento de rotas de navegação, RRT, Transformada de Distância.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.7

## 1. Introdução

Algumas das pesquisas relacionadas à Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTS) tem buscado o aumento da autonomia destes veículos de forma a transferir parte do processo de tomada de decisão do operador para o próprio veículo. O planejamento automático de rotas e trajetórias de navegação busca contribuir para o aumento desta autonomia.

Dentro deste contexto, este trabalho tem como objetivo propor a utilização de diferentes métodos para o planejamento de rotas para VANTS, utilizando um ambiente de navegação considerando os obstáculos definidos através do modelo digital de elevação. O método que utiliza árvores aleatórias de rápida exploração [4][5] (RRT, do inglês, *Rapidly-exploring Random Trees*) e o método Transformada de Distância (Zelinsk *et al.*, 1993) serão apresentados com objetivo de gerar a rota planejada. Em seguida, serão apresentados alguns resultados aplicando o método RRT ao ambiente de navegação descrito e como pretende-se fazer a comparação de resultados utilizando também o método Transformada de Distância.

## 2. RRT (*Rapidly-exploring Random Trees*)

Árvores aleatórias de rápida exploração (LaValle, 1998), tradução de *Rapidly-exploring Random Trees* (RRTs), são métodos de amostragem de ambientes de navegação, que podem ser usadas no planejamento automático de rotas para VANTs. Uma RRT é uma combinação de um grafo na forma de uma árvore, com um método simplificado de busca. O nó raiz da árvore é a posição inicial da rota a ser planejada. O funcionamento de uma RRT clássica ou padrão consiste em expandir a árvore de modo aleatório a partir de seu nó raiz até que um determinado número de iterações seja alcançado. A expansão é feita da seguinte forma: gera-se uma posição aleatória  $k$  no ambiente de navegação e um segmento de reta é traçado entre a posição  $k$  e o nó  $i$  (nó da árvore mais próximo da posição  $k$ ). Define-se uma distância  $\Delta q$  e o novo nó da árvore será um nó pertencente ao segmento de reta, cuja distância em relação a ao nó  $i$  é igual a  $q$ .

A expansão da árvore corresponde a uma amostragem das regiões navegáveis do ambiente de navegação. A Figura 1 apresenta exemplos de árvores geradas pelo método RRT.

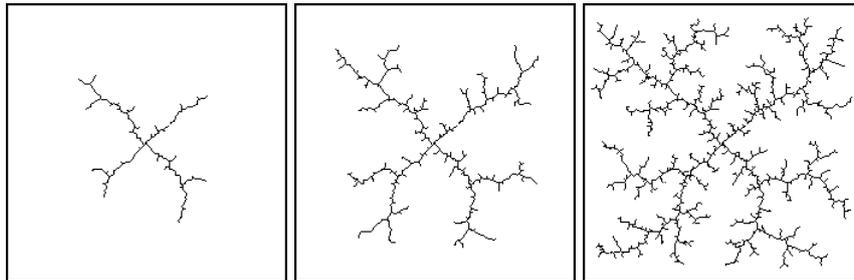


Figura 1. Exemplos de árvores geradas pelo método RRT, variando o número de iterações.

Fonte: LaValle (1998).

Em problemas de planejamento de rotas, as RRTs são adaptadas de modo que a expansão ocorra até que um de seus nós-folha seja criado a uma distância da posição final menor ou igual a um limiar  $l_d$ . Quando isto ocorre, a posição final é incluída na árvore através de uma conexão com o nó-folha mais próximo, isto é, o nó-folha que alcançou a distância. Cada nó possui informação de seu nó antecessor. Assim, a rota é traçada da posição final até a posição de origem e depois invertida.

## 3. Transformada de Distância

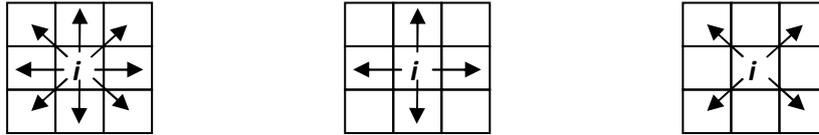
O método Transformada de Distância é um método bastante utilizado na literatura na área de robótica, sendo que Jarvis e Byrne (1986) (cf. Zelinsk, 1992) foram os primeiros a utilizar o método para gerar rotas para robôs móveis. De maneira geral, o método consiste em utilizar uma malha (*grid*) da área a ser explorada, sendo que cada célula é identificada como sendo uma região livre ou ocupada. Uma região é considerada ocupada quando contém algum obstáculo ou, de maneira geral, é uma área que não deve ser utilizada para geração da rota. Desta forma, as células livres correspondem as células navegáveis que farão parte da rota.

Definida a grade, o método busca expandir a distância em torno da célula destino (G) como uma onda se propagando em torno dos obstáculos, associando-se valores ( $v$ ) a cada célula livre a partir da célula G. O primeiro passo do método é associar à célula destino um valor nulo ( $v = 0$ ) e às demais células livres valores altos. Em seguida, o valor de cada célula livre  $i$  é atualizado de acordo com os valores de seus vizinhos, da seguinte forma:

$$v(i) = \min \{ v(i), v(1) + \text{custo de mover da célula } i \text{ para o vizinho } 1, \\ \quad \quad \quad , v(2) + \text{custo de mover da célula } i \text{ para o vizinho } 2, \\ \quad \quad \quad \vdots \\ \quad \quad \quad , v(T) + \text{custo de mover da célula } i \text{ para o vizinho } T \}$$

onde T representa o total de vizinhos da célula  $i$ .

Para cada célula livre  $i$  da grade, o valor de T é definido de acordo com o tipo de vizinhança escolhido que definirá quais das células vizinhas podem ser exploradas caso o veículo esteja na célula  $i$ , como ilustrado a seguir.



Para ilustrar os valores das células após a aplicação do método, considere a região da Figura 2, onde G está na posição ilustrada, os obstáculos são as células preenchidas e o custo para mover de uma célula para outra é fixo e unitário, ou seja, cada célula possui dimensão 1x1. A Figura 2 mostra o resultado considerando a primeira vizinhança ilustrada anteriormente.

13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	2	2	2	2	3	4
13	12	11	10	9	8	■				3	2	1	1	1	2	3	4
13	12	11	10	9	9	■				3	2	1	G	1	2	3	4
13	■		10	9	9	■				3	2	1	1	1	2	3	4
14	■		10	9	8	■				3	2	2	2	■		3	4
15	■		10	9	8	7	6	5	4	3	3	3	3	■		4	4
16	■		10	9	8	7	6	5	4	4	4	■			5	5	
17	■		10	9	8	7	6	5	5	5	5	■			6	6	
18	■		10	9	8	7	6	6	6	6	6	6	7	8	7	7	7

Figura 2. Valores das células após aplicar a Transformada de distância.

Dados os valores da transformada de distância e uma posição inicial (S), o caminho até a célula destino, mostrado na Figura 3, é obtido buscando-se sempre pela célula vizinha livre de menor valor  $v$ . No caso, a busca é iniciada a partir de S e é finalizada somente quando o ponto G é alcançado. Caso não exista nenhuma célula com valor menor, conclui-se que não é possível obter um caminho de S a G, ou seja, o destino é inacessível.

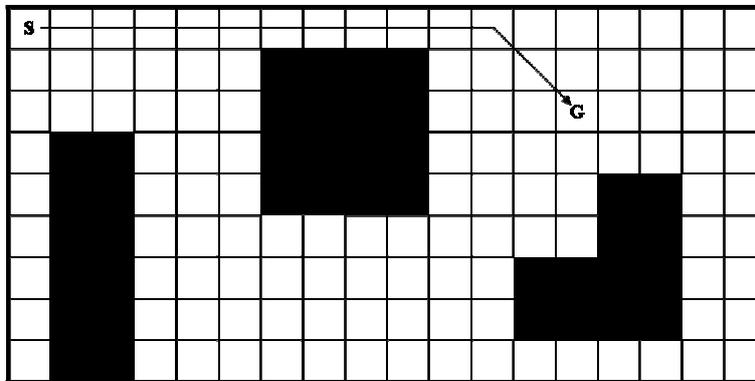


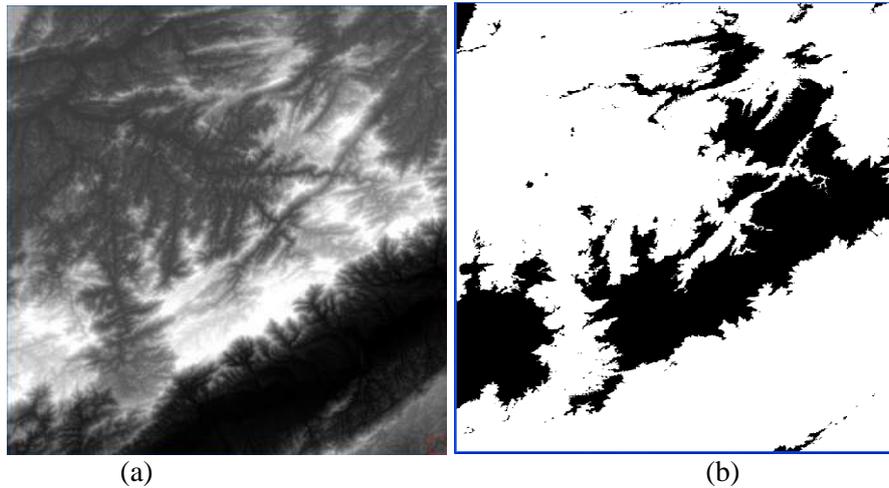
Figura 3. Exemplo ilustrativo mostrando a aplicação da Transformada de Distância.

#### 4. Ambiente de navegação e aplicação do método RRT

Será utilizado um ambiente definido pelo modelo digital de elevação apresentado na Figura 4, que usa o datum WGS84 como modelo matemático teórico da representação da superfície da Terra. Os ambientes de navegação serão representados por matrizes binárias, em que as células com valor 1 indicam obstáculos à navegação do veículo.

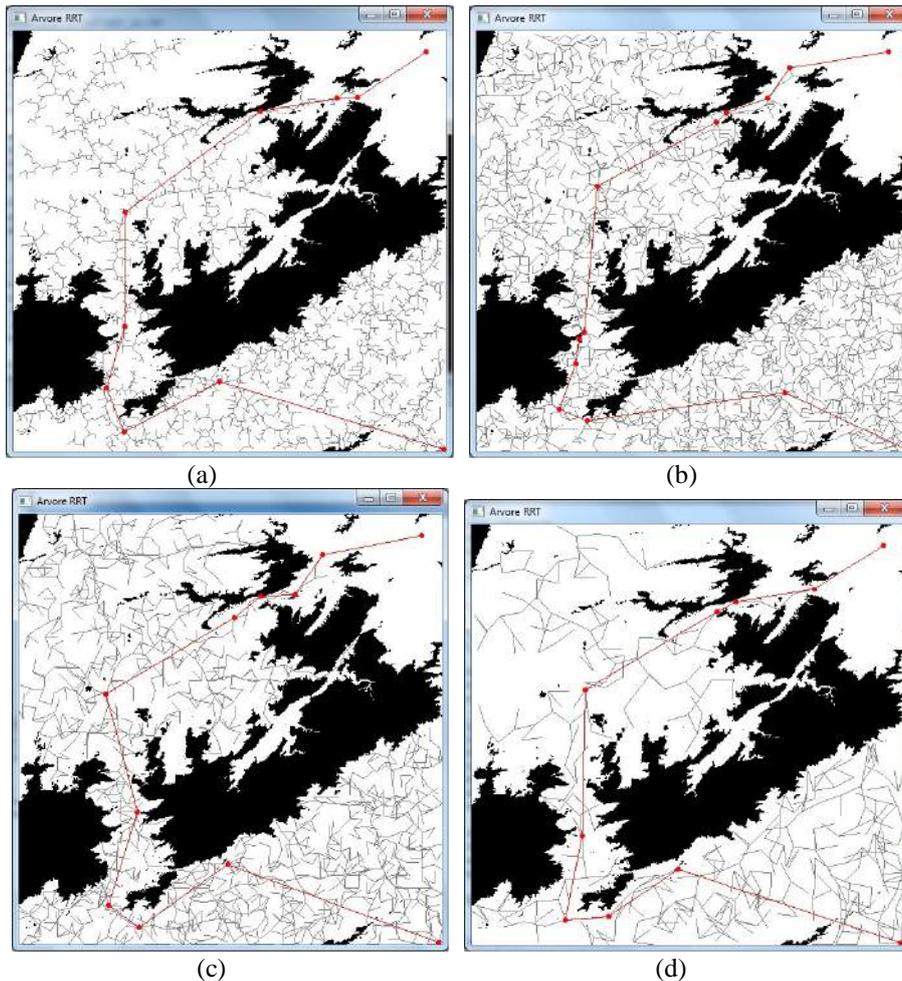
No ambiente de navegação da Figura 4b, os obstáculos são definidos considerando uma altitude de corte de 1200 metros (m). Isto significa que toda célula do modelo digital de elevação com valor superior ou igual a 1200 m corresponde a uma célula obstáculo do ambiente de navegação. Deste modo, na utilização deste ambiente para o planejamento de rotas para um VANT, a altitude de navegação do VANT pode ser especificada como sendo igual a soma da altitude de corte com uma altura de segurança. Este ambiente de navegação resultou em uma matriz quadrada de ordem 1201, onde cada célula corresponde a uma região real com 90 m de

largura por 90 m de comprimento. O ambiente de navegação é delimitado pelas posições geográficas  $(lat_{inf}, long_{inf}) = (-22.994583, -45.99875)$  e  $(lat_{sup}, long_{sup}) = (-22.000417, -45.002917)$ .



**Figura 4.** (a) Modelo digital de elevação e (b) ambiente de navegação.

O método RRT foi aplicado ao ambiente de navegação descrito, onde as rotas foram planejadas entre as posições geográficas  $(lat_{init}, long_{init}) = (-22.99, -45.01)$  e  $(lat_{dest}, long_{dest}) = (-22.05, -45.05)$ . Foram realizados alguns experimentos considerando  $\Delta q$  definido por:  $\Delta q = p(long_{final} - long_{inicial})$ , onde:  $p \in (0,1]$  é uma porcentagem;  $long_{inicial}$  e  $long_{final}$  são, respectivamente, a menor e a maior longitude do ambiente de navegação.



**Figura 5.** Rotas planejadas pelo RRT, onde: (a)  $p=0.01$  (b)  $p=0.02$  (c)  $p=0.03$  (d)  $p=0.05$ .

A Figura 5 ilustra alguns resultados, onde a RRT é apresentada na cor cinza e as rotas na cor vermelho. Os gráficos foram gerados através da biblioteca gráfica OpenGL. A rota da Figura 5a possui extensão 236.724,7 metros, 3.138 nós e 5.66 segundos; rota da Figura 5b possui extensão 238.239,7 metros, 2.828 nós e 5.85 segundos; rota da Figura 5c possui extensão 249.052,9 metros, 1.511 nós e 3.32 segundos; e, rota da Figura 5d possui extensão 240.203,9 metros, 418 nós e 1.19 segundo. Analisando estes resultados, pode-se verificar que há uma tendência da redução de  $p$  causar a redução da extensão da rota. Entretanto, esta redução tende a reduzir também a área explorada em cada iteração, o que pode causar o aumento do tempo de execução da implementação do algoritmo, pois há a necessidade da criação de um número maior de nós-folha para explorar o ambiente de navegação.

#### 4. Considerações Finais

Este trabalho apresentou um ambiente de navegação considerando os obstáculos através do modelo de elevação do terreno e a aplicação do método RRT para planejar rotas de navegação dentro deste ambiente. O método Transformada de Distância foi utilizado em trabalhos anteriores considerando outros contextos (Pinto *et al.*, 2015; Lamosa *et al.*, 2006), mas pode ser também aplicado para o planejamento de rotas para VANTs. O método já está implementado onde somente algumas adaptações serão necessárias para permitir a leitura dos dados utilizados pelo método RRT e a visualização dos resultados da forma como apresentado na Figura 5. Finalizada estas adaptações será possível aplicar o método Transformada de Distância no mesmo ambiente de navegação onde o método RRT foi aplicado e considerando os mesmos dados de entrada, permitindo uma comparação dos resultados. A rota gerada também será comparada com a solução ótima planejada pela combinação do algoritmo de Dijkstra (1959) com grafos de visibilidade obtida em um trabalho anterior (Medeiros, 2012). O objetivo desta comparação será verificar as vantagens de se utilizar cada um dos métodos.

Além disso, pretende-se utilizar outros ambientes de navegação definidos por diferentes modelos digitais de elevação e por diferentes altitudes de navegação. Considerando que uma rota de navegação para um VANT da forma como apresentada neste trabalho é transformada em uma trajetória segura e dinamicamente viável através da aplicação de métodos de suavização que se baseiam nas características cinemáticas e dinâmicas do veículo, pretende-se gerar a trajetória correspondente para o VANT dada a rota de navegação obtida.

**Agradecimentos:** Ao projeto temático FAPESP 10/10133-0.

#### Referências

- Dijkstra, E. W.** A note on two problems in connection with graphs. *Numerische Mathematik*, v. 1, p. 269–271, 1959.
- Lamosa, M. J. P.; De Marchi, M. M.; Medeiros, F. L. L.; Santos, C. L. R.** Aplicação da Transformada de Distância em Serviços Emergenciais. In: XXXVIII SBPO, Goiânia, GO, p. 898-906, 12 a 15 de setembro, 2006.
- LaValle, S. M.** Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning. *Computer Science Dept.*, Iowa State University, October 1998.
- Medeiros, F. L. L.** Planejamento de trajetórias para veículos aéreos não tripulados usando modelagem computacional de ambientes de navegação através de grafos de visibilidade e modelos digitais de elevação. Tese de doutorado do curso de Computação Aplicada do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 238 p., 2012.
- Pinto, M. J.; Medeiros, F. L. L.; De Marchi, M. M.** Transformada de Distância aplicada em cenários de vigilância aérea. Submetido para o XLVII SBPO, Porto de Galinhas, PE, 2015.
- Zelinsky, A.** A mobile robot navigation exploration algorithm. *IEEE Transactions of Robotics and Automation*, vol. 8, p. 707-717, 1992.
- Zelinsky, A.; Jarvis, R. A.; Byrne, J.C.; Yuta, S.** Planning paths of complete coverage of an unstructured environment by a mobile robot. In: *International Conference on Advanced Robotics*, 1993.

# Recálculo Rápido do Valor da Função Objetivo do Problema de Programação Quadrática

Cláudio Nogueira de Meneses  
Eduardo Batista Gomes Moreira

Universidade Federal do ABC

Av. dos Estados, 5001. Bairro Bangu. Santo André - SP - Brasil . CEP 09210-580

email: {claudio.meneses, eduardo.moreira}@ufabc.edu.br

## Resumo

Consideramos o problema de otimização global: maximize  $f(x) = x^T Qx$ , onde  $x \in \{0, 1\}^n$  e  $Q$  é uma matriz assimétrica de dimensão  $n \times n$  com coeficientes racionais. Este problema é comumente denominado problema de programação quadrática binária irrestrita (em inglês, *Unconstrained binary Quadratic Problem* - UQP) e tem sido muito estudado nos últimos 50 anos. Este problema tem diversas aplicações. Em economia, um exemplo bem conhecido é o de determinar um *portfólio* de investimento; uma aplicação típica em estatística é o problema de regressão linear; em otimização combinatória uma aplicação é encontrar um empacotamento ótimo de conjuntos. Nosso estudo se concentra na criação de fórmulas para recalcular o valor função objetivo, visto que o desempenho de implementações de métodos exatos e heurísticos para resolver esse problema depende significativamente da quantidade de vezes que o valor da função objetivo é calculado.

**Palavras chave:** otimização combinatória, programação quadrática, recálculo do valor da função objetivo

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** A.6 Problemas de empacotamento em objetos não retangulares

## 1. Introdução

Conforme Bixby, R. E. (1987), um problema de otimização combinatória é definido da seguinte maneira: Sejam  $E$  um conjunto finito,  $\mathbb{S}$  uma família de subconjuntos de  $E$  e  $w \in \mathbb{R}^{|E|}$  uma função peso de valores reais definida sobre os elementos de  $E$ . O problema de otimização combinatória associado à tripla  $(E, \mathbb{S}, w)$  é encontrar um conjunto  $S^* \in \mathbb{S}$  tal que

$$w(S^*) = \max_{S \in \mathbb{S}} w(S)$$

onde  $w(S) = \sum_{e \in S} w(e)$ .

Um problema de otimização combinatória pode, normalmente, ser modelado de diversas maneiras. Para cada modelo podem existir várias técnicas que melhor o resolve. Cabe à pessoa que está solucionando o problema decidir qual técnica e modelo utilizar. Estas várias possibilidades podem tornar difícil o processo de resolução do problema. Portanto, seria interessante desenvolver um modelo unificado, que pudesse representar diversos problemas de otimização combinatória. Um modelo deste tipo existe e é definido como segue. O problema quadrático binário irrestrito (em inglês, *Unconstrained binary Quadratic Program* - UQP) pode ser escrito na forma:

$$\begin{aligned} \max f(x) &= x^T Qx \\ \text{sujeito a:} & \quad x \in \{0, 1\}^n \end{aligned}$$

onde  $Q \in \mathbb{Q}^{n \times n}$  e  $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \mathbb{Q}$ . Por  $\mathbb{Q}$  e  $\mathbb{Q}^{n \times n}$  queremos dizer: o conjunto dos números racionais e o conjunto das matrizes de coeficientes racionais de dimensão  $n \times n$ , respectivamente. Em termos de complexidade computacional, o UQP pertence a classe de complexidade NP-difícil, conforme pode ser visto em Pardalos, P. M. and Rosen, J. B. (1987).

Na sua forma geral, um problema de programação quadrática é representado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \max f(x) &= c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x \\ \text{sujeito a:} & \quad Ax \leq b, Bx = d \\ & \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

onde  $Q \in \mathbb{Q}^{n \times n}$ ,  $A \in \mathbb{Q}^{m \times n}$ ,  $B \in \mathbb{Q}^{k \times n}$ ,  $c \in \mathbb{Q}^n$ ,  $b \in \mathbb{Q}^m$ ,  $d \in \mathbb{Q}^k$  e  $x$  é um vetor com variáveis de decisão em  $\mathbb{Q}^n$ .

Um problema de otimização expresso por uma função objetivo quadrática e restrições lineares é denominado problema de programação quadrática. Uma classe de problemas de programação quadrática que não contém restrições é chamada de programação quadrática irrestrita. Se nestes problemas as variáveis são binárias então eles são chamados problemas de programação quadrática binária irrestrita, que chamaremos de UQP neste trabalho. É possível converter um problema de programação quadrática com restrições para um sem restrições, adicionando à função objetivo uma função de penalidade. O problema quadrático binário irrestrito pode ser escrito na seguinte forma:

$$\max f(x) = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$$

onde  $c \in \mathbb{Q}^n$ ,  $Q \in \mathbb{Q}^{n \times n}$  e  $x \in \{0, 1\}^n$ .

Existem vários métodos que resolvem (i.e. métodos exatos), ou tentam resolver (i.e. métodos heurísticos), instâncias do UQP. A seguir apresentamos uma breve revisão da literatura sobre métodos heurísticos e exatos que tratam o UQP.

## CONTRIBUIÇÕES

Os resultados mostrados abaixo fazem parte da dissertação de mestrado do segundo autor, que foi supervisionada pelo primeiro autor. O principal objetivo naquela dissertação era encontrar maneiras de resolver instâncias grandes do UQP. Com este intuito foram implementados métodos heurísticos (*tabu search*, *variable neighborhood search*, *gradient midpoint method*) e um método exato (*branch-and-bound*). Este último foi implementado em paralelo com GPUs.

Tanto nas abordagens heurísticas quanto nas exatas, para resolver instâncias do UQP, faz-se necessário efetuar o cálculo do valor da função objetivo diversas vezes. Assim, saber fazer este cálculo de maneira rápida é primordial. A maneira ingênua de computar o valor de  $f(x) = x^T Q x$  requer  $O(n^2)$  operações. Isto é, o cálculo de  $f(x) = x^T Q x$  na forma básica é o seguinte:

$$f(x) = x^T Q x = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n q_{ij} x_j \right) x_i$$

Observamos que este cálculo de  $f(x)$  requer  $n^2 + n$  operações de multiplicação e  $n^2 - 1$  operações de adição. Se tivermos calculado  $f(x)$ , como acima, e depois for feita uma alteração no vetor  $x$ , então podemos reusar o valor de  $f(x)$  para realizar menos que  $n^2 + n$  operações de multiplicação e menos que  $n^2 - 1$  operações de adição no próximo recálculo.

### Recálculo do Valor da Função Objetivo com Mudança do Valor de Uma Variável

A maneira de recálculo apresentada nesta seção assume que a componente  $x_i$  do vetor  $x$  foi modificada para  $1 - x_i$ . Desta forma, é necessário utilizar apenas uma parte da matriz  $Q$  para efetuar o recálculo. Notamos que o recálculo pode ser feito quando a instância possui matriz assimétrica ou simétrica. No segundo caso realiza-se menos operações que o primeiro.

Sejam  $f(x) = x^T Qx$ ,  $x \in \{0, 1\}^n$  e  $Q \in \mathbb{Q}^{n \times n}$ . Então:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= [x_1, x_2, \dots, x_n] \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \\
 &= [x_1, x_2, \dots, x_n] \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n q_{1j}x_j \\ \sum_{j=1}^n q_{2j}x_j \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^n q_{nj}x_j \end{bmatrix} \\
 &= x_1 \sum_{j=1}^n q_{1j}x_j + x_2 \sum_{j=1}^n q_{2j}x_j + \dots + x_n \sum_{j=1}^n q_{nj}x_j
 \end{aligned}$$

O resultados apresentado na Proposição 1 foi obtido de forma independente, embora a Fórmula (1) apareça em Lu, Z., Glover, F. and Hao, J. (2009) sem uma prova.

**Proposição 1.** *Sejam  $f(x)$  o valor de  $x^T Qx$  para um dado  $x \in \{0, 1\}^n$  e  $Q \in \mathbb{Q}^{n \times n}$  uma matriz assimétrica. Se  $y$  é um vetor idêntico à  $x$ , exceto pela  $i$ -ésima posição, onde  $y_i = 1 - x_i$  com  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , e  $f(x)$  já estiver sido calculado, então o valor de  $f(y)$  pode ser determinado, sem utilizar informações do vetor  $y$ , da seguinte maneira:*

$$f(y) = f(x) + (1 - 2x_i) \left( q_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (q_{ij} + q_{ji})x_j \right) \quad (1)$$

*Esta maneira de fazer o recálculo utiliza  $n + 1$  operações de multiplicação e  $2n$  operações de adição.*

**Prova:** Suponha que  $x \in \{0, 1\}^n$ ,  $Q \in \mathbb{Q}^{n \times n}$  é uma matriz assimétrica e  $y$  é um vetor idêntico à  $x$  exceto pela  $i$ -ésima posição, onde  $y_i = 1 - x_i$  com  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Pode-se determinar  $f(y)$  a partir do valor de  $f(x)$  subtraindo as parcelas que envolvem  $x_i$  e adicionando aquelas que envolvem  $1 - x_i$ . Como  $x_i \in \{0, 1\}$ , segue que  $x_i^2 = x_i$  e  $(1 - x_i)^2 = 1 - x_i$ . Então:

$$\begin{aligned}
 f(y) &= f(x) - x_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q_{ij}x_j - x_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q_{ji}x_j - q_{ii}x_i^2 \\
 &\quad + (1 - x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q_{ij}x_j + (1 - x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q_{ji}x_j + q_{ii}(1 - x_i)^2 \\
 &= f(x) - x_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (q_{ij} + q_{ji})x_j - q_{ii}x_i \\
 &\quad + (1 - x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (q_{ij} + q_{ji})x_j + q_{ii}(1 - x_i) \\
 &= f(x) + (1 - 2x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (q_{ij} + q_{ji})x_j - q_{ii}x_i + q_{ii} - q_{ii}x_i \\
 &= f(x) + (1 - 2x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (q_{ij} + q_{ji})x_j + q_{ii}(1 - 2x_i) \\
 &= f(x) + (1 - 2x_i) \left( q_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (q_{ij} + q_{ji})x_j \right)
 \end{aligned}$$

□

**Exemplo 1.** Se  $f(x) = x^T Q x$ ,  $x = [1, 0, 0]$ ,  $i = 2$  e  $Q = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & -9 \end{bmatrix}$

então

$$\begin{aligned} f(y) &= f(x) + (1 - 2x_i) \left( q_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (q_{ij} + q_{ji}) x_j \right) \\ &= 1 + (1 - 2 \times 0) (5 + (4 + (-2)) \times 1 + (6 + (-8)) \times 0) \\ &= 1 + (1)(5 + 2 \times 1 + (-2) \times 0) \\ &= 1 + (1)(7) \\ &= 8 \end{aligned}$$

Esta maneira de fazer o recálculo utilizou 4 multiplicações e 6 adições, que são respectivamente  $n + 1$  e  $2n$  para  $n = 3$ , conforme dito anteriormente.  $\square$

**Corolário 1.** Sejam  $f(x)$  o valor de  $x^T Q x$  para um dado  $x \in \{0, 1\}^n$  e  $Q \in \mathbb{Q}^{n \times n}$  uma matriz simétrica. Se  $y$  é um vetor idêntico à  $x$  exceto pela  $i$ -ésima posição, onde  $y_i = 1 - x_i$  com  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , e  $f(x)$  já tiver sido calculado, então o valor de  $f(y)$  pode ser determinado, sem utilizar informações do vetor  $y$ , da seguinte maneira:

$$f(y) = f(x) + (1 - 2x_i) \left( q_{ii} + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q_{ij} x_j \right) \quad (2)$$

Esta maneira de fazer o recálculo utiliza  $n + 2$  operações de multiplicação e  $n + 1$  operações de adição.

Em resumo, na Fórmula (1) os números de operações são:

$$\begin{aligned} \text{Multiplicações:} & \quad n - 1 + 1 + 1 = n + 1 \\ \text{Adições:} & \quad 2(n - 1) + 1 + 1 = 2n - 2 + 2 = 2n \end{aligned}$$

Enquanto na Fórmula (2), os números de operações são:

$$\begin{aligned} \text{Multiplicações:} & \quad n - 1 + 1 + 1 + 1 = n + 2 \\ \text{Adições:} & \quad n - 1 + 1 + 1 = n + 1 \end{aligned}$$

### Recálculo do Valor da Função Objetivo com Mudanças dos Valores em Duas Variáveis

Usando um raciocínio similar ao descrito na seção anterior, podemos obter uma fórmula geral para o recálculo do valor da função objetivo considerando que duas variáveis têm seus valores alterados.

**Proposição 2.** Sejam  $x \in \{0, 1\}^n$ ,  $f(x) = x^T Q x$  e  $Q \in \mathbb{Q}^{n \times n}$  uma matriz assimétrica. Se  $y$  é um vetor idêntico à  $x$  exceto em duas posições distintas  $i, k \in \{1, 2, \dots, n\}$ , onde  $y_i = 1 - x_i$  e  $y_k = 1 - x_k$ , e  $f(x)$  já estiver calculado, então o valor de  $f(y)$  pode ser obtido por:

$$\begin{aligned} f(y) &= f(x) + (1 - 2x_i) \left( q_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{ij} + q_{ji}) x_j \right) \\ &\quad + (1 - 2x_k) \left( q_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{kj} + q_{jk}) x_j \right) + (q_{ik} + q_{ki})(1 - x_i - x_k) \quad (3) \end{aligned}$$

Esta maneira de fazer o recálculo utiliza  $2n + 1$  operações de multiplicação e  $4n$  operações de adição.

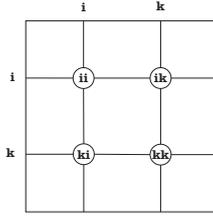


Figura 1: Índices da matriz  $Q$  para o cálculo de  $f(y)$

**Prova:** Sejam  $x \in \{0, 1\}^n$ ,  $f(x) = x^T Q x$  e  $Q \in \mathbb{Q}^{n \times n}$  uma matriz assimétrica. Se  $y$  é um vetor idêntico à  $x$ , exceto em duas posições distintas  $i, k \in \{1, 2, \dots, n\}$ , onde  $y_i = 1 - x_i$  e  $y_k = 1 - x_k$ , e  $f(x)$  já estiver calculado, então pode-se determinar  $f(y)$  a partir de  $f(x)$  subtraindo as parcelas que envolvem  $x_i$  e  $x_k$  e adicionando aquelas que envolvem  $(1 - x_i)$  e  $(1 - x_k)$ . A Figura 1 mostra os índices na matriz  $Q$  que precisam ser considerados para o cálculo do valor de  $f(y)$ . Assim,

$$\begin{aligned}
f(y) &= f(x) - x_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n q_{ij} x_j - x_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n q_{ji} x_j - q_{ii} x_i^2 \\
&\quad - x_k \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n q_{kj} x_j - x_k \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n q_{jk} x_j - q_{kk} x_k^2 - q_{ik} x_i x_k - q_{ki} x_k x_i \\
&\quad + (1 - x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n q_{ij} x_j + (1 - x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n q_{ji} x_j + q_{ii} (1 - x_i)^2 \\
&\quad + (1 - x_k) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n q_{kj} x_j + (1 - x_k) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n q_{jk} x_j + q_{kk} (1 - x_k)^2 \\
&\quad + q_{ki} (1 - x_i) (1 - x_k) + q_{ik} (1 - x_i) (1 - x_k) \\
&= f(x) - x_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{ij} + q_{ji}) x_j - q_{ii} x_i - x_k \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{kj} + q_{jk}) x_j \\
&\quad - q_{kk} x_k - (q_{ik} + q_{ki}) x_i x_k \\
&\quad + (1 - x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{ij} + q_{ji}) x_j + q_{ii} (1 - x_i) + (1 - x_k) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{kj} + q_{jk}) x_j \\
&\quad + q_{kk} (1 - x_k) + (q_{ik} + q_{ki}) (1 - x_i) (1 - x_k) \\
&= f(x) + (1 - 2x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{ij} + q_{ji}) x_j + q_{ii} (1 - 2x_i) \\
&\quad + (1 - 2x_k) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{kj} + q_{jk}) x_j + q_{kk} (1 - 2x_k) \\
&\quad + (q_{ik} + q_{ki}) (1 - x_i) (1 - x_k) - (q_{ik} + q_{ki}) x_i x_k \\
&= f(x) + (1 - 2x_i) \left( q_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{ij} + q_{ji}) x_j \right) \\
&\quad + (1 - 2x_k) \left( q_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{kj} + q_{jk}) x_j \right) + (q_{ik} + q_{ki}) (1 - x_i - x_k)
\end{aligned}$$

□

**Exemplo 2.** Sejam  $f(x) = x^T Q x$ ,  $x = [1, 0, 0]$ ,  $f(x) = 1$  e  $Q = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & -9 \end{bmatrix}$

Se  $i = 1$  e  $k = 2$  então:

$$\begin{aligned}
f(y) &= f(x) + (1 - 2x_i) \left( q_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{ij} + q_{ji}) x_j \right) \\
&\quad + (1 - 2x_k) \left( q_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, k}}^n (q_{kj} + q_{jk}) x_j \right) + (q_{ik} + q_{ki})(1 - x_i - x_k) \\
&= 1 + (1 - 2x_1) \left( q_{11} + (q_{13} + q_{31}) x_3 \right) \\
&\quad + (1 - 2x_2) \left( q_{22} + (q_{23} + q_{32}) x_3 \right) + (q_{12} + q_{21})(1 - x_1 - x_2) \\
&= 1 + (1 - 2 \times 1) \left( 1 + (3 + 7) \times 0 \right) \\
&\quad + (1 - 2 \times 0) \left( 5 + (6 + (-8)) \times 0 \right) + ((-2) + 4)(1 - 1 - 0) \\
&= 1 - (1) + (5) \\
&= 5
\end{aligned}$$

Esta maneira de fazer o recálculo utilizou 7 multiplicações e 12 adições, que são respectivamente  $2n + 1$  e  $4n$  para  $n = 3$ . □

## Referências

Bixby, R. E. Notes on Combinatorial Optimization, 1987.

Lu, Z., Glover, F. and Hao, J. Neighborhood Combination for Unconstrained Binary Quadratic Problems. In *MIC 2009: The VIII Metaheuristics International Conference*, pages 1–7, 2009.

Pardalos, P. M. and Rosen, J. B. *Constrained Global Optimization: Algorithms and Applications (Lecture Notes in Computer Science)*. Springer-Verlag, 1987.

Pôsteres

**Sessão Pôster 1.**

Uma proposta de resolução do problema de movimentação de máquinas em pátios de carvão.

Anibal T. de Azevedo, Luiz Leduíno de Salles Neto, Antônio A. Chaves, Antônio Carlos Moretti.

Otimização de rotas de distribuição de produtos de uma empresa em áreas urbanas: delineamento do problema.

José Ferreira de Souza Neto, Vitória Pureza.

Uma introdução ao problema de corte de estoque com data de entrega.

Elisama de Araújo S. Oliveira, Kelly Cristina Poldi.

O Problema de Alocação de Bobinas em Uma Indústria de Embalagens de Papelão.

Marcelo Ferreira, Silvio Alexandre de Araujo, Victor C.B. Camargo.

Otimização do nível de serviço num problema de dimensionamento de lotes.

Rodrigo Golfeto, Lidia Angulo Meza, Luiz Leduíno de Salles Neto.

Priorização de inbound em centro de distribuição: estudo de caso em uma empresa de bens de consumo não-duráveis.

Karine Lopes, Eli Toso.

Alocação de pontos de coleta seletiva com avaliação de decisões logísticas.

Lucas D. Del Rosso Calache, Victor C.B. Camargo.

**Sessão Pôster 2.**

Uma ferramenta de apoio à decisão ao problema da mistura na indústria têxtil.

Autores: Aline Takahashi Del Bianco, Victor C.B. Camargo.

Estudo de viabilidade da coleta de lixo reciclável por meio de PEV, em um bairro de Uberaba.

Autores: Gabriela Ribeiro Bosquetti, Flávio Molina da Silva.

O problema de roteamento de veículos e o consumo de combustível - estudo de caso.

Autores: Gregory Tonin Santos, Luiza Amalia Pinto Cantão.

Geração da grade horária do curso de engenharia de produção da UFTM através de programação matemática.

Autores: Mateus M. de Araujo Rollo, Victor C.B. Camargo, Flávio Molina da Silva.

Programação de aeronaves em situação de desastre no Brasil.

Autores: Matheus C. Burghi Pertile, Gabriela S. Geraldês, Bárbara Flauzino, Douglas Alem.

Um estudo comparativo entre métodos exatos e heurísticos via Cplex em um problema de programação da produção.

Autores: Giovanna Verrone, Deisemara Ferreira.

Distribuição-localização em situações de desastres com múltiplos objetivos.

Autores: Paula Bispo Velasco, Douglas Alem.

O problema de planejamento da produção com demanda estocástica para uma indústria de bebidas

Marcelo Aparecido de Paula Rosa, Deisemara Ferreira, Douglas Alem, Reinaldo Morabito Neto.

# UMA PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE MOVIMENTAÇÃO DE MÁQUINAS EM PÁTIOS DE CARVÃO

**Anibal Tavares de Azevedo**

UNICAMP

Faculdade de Ciências Aplicadas da Unicamp - R. Pedro Zaccaria, 1300 - Caixa Postal 1068,  
CEP 13484-350 - Limeira - São Paulo

[anibal.azevedo@fca.unicamp.br](mailto:anibal.azevedo@fca.unicamp.br)

**Luiz Leduino de Salles Neto**

UNIFESP

Avenida Cesare Mansueto Giulio Lattes, 1201, Parque Tecnológico - Eugênio de Mello, CEP  
12247014

[luiz.leduino@unifesp.br](mailto:luiz.leduino@unifesp.br)

**Antônio Augusto Chaves**

UNIFESP

Avenida Cesare Mansueto Giulio Lattes, 1201, Parque Tecnológico - Eugênio de Mello, CEP  
12247014

[antonio.chaves@unifesp.br](mailto:antonio.chaves@unifesp.br)

**Antônio Carlos Moretti**

UNICAMP

Faculdade de Ciências Aplicadas da Unicamp - R. Pedro Zaccaria, 1300 - Caixa Postal 1068,  
CEP 13484-350 - Limeira - São Paulo

[antonio.moretti@fca.unicamp.br](mailto:antonio.moretti@fca.unicamp.br)

## RESUMO

Este trabalho trata de uma proposta de resolução do problema de movimentação de equipamentos para empilhamento e recuperação de carvão. A decisão a ser tomada é a roteirização de múltiplos equipamentos de modo a se minimizar, por exemplo, um grande número de conflitos operativos, isto é, um equipamento deve aguardar outro terminar uma tarefa para que ele possa começar a sua própria. O problema será tratado com o uso de simulação, representação por regras e metaheurísticas.

**PALAVRAS CHAVE.** Pátio de carvão, Roteirização de equipamentos, Simulação.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.7 Problemas de programação e roteirização de veículos.

Este artigo trata do problema de movimentação de máquinas em pátios de carvão. Essencialmente existem dois tipos de operação possíveis em um pátio de carvão: o empilhamento e a recuperação. A primeira pode ser efetuada se houver disponibilidade da empilhadeira e do espaço no pátio para o qual se pretende colocar uma determinada quantidade de carvão. A segunda pode ser realizada se não houver conflito entre os

equipamentos envolvidos, isto é, se não houver problemas de distância mínima entre os equipamentos. Neste trabalho este problema será encarado como similar ao problema de scheduling de guindastes para navios. Uma formulação do problema de atribuição de guindastes para navios é descrita em (Bierwirth e Meisel, 2010) e uma representação gráfica deste problema é dada na Figura 1.

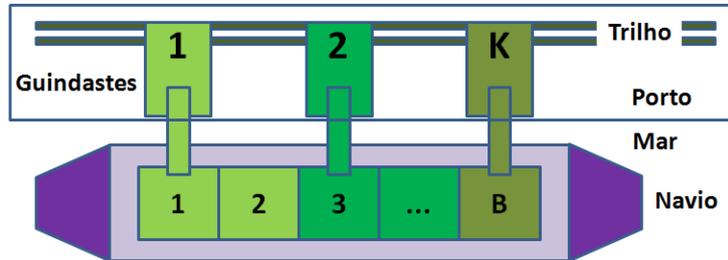


Figura 1: Elementos do problema de scheduling de guindastes de navio.

A formulação de (Bierwirth e Meisel, 2010) considera a questão de distância mínima entre equipamentos, de modo que a solução a ser obtida fornece um scheduling de guindastes portuários factível para instâncias de pequeno porte.

Porém, o problema a ser resolvido é mais complexo que o problema de scheduling de guindastes para navios, pois pode ser visto como um scheduling de guindastes para vários navios simultaneamente. Além disso, a restrição relativa à operação de um guindaste deve ser modificada de modo que leve em consideração a movimentação de alguns equipamentos em mais de um pátio de carvão. A representação gráfica deste problema é fornecida na Figura 2.

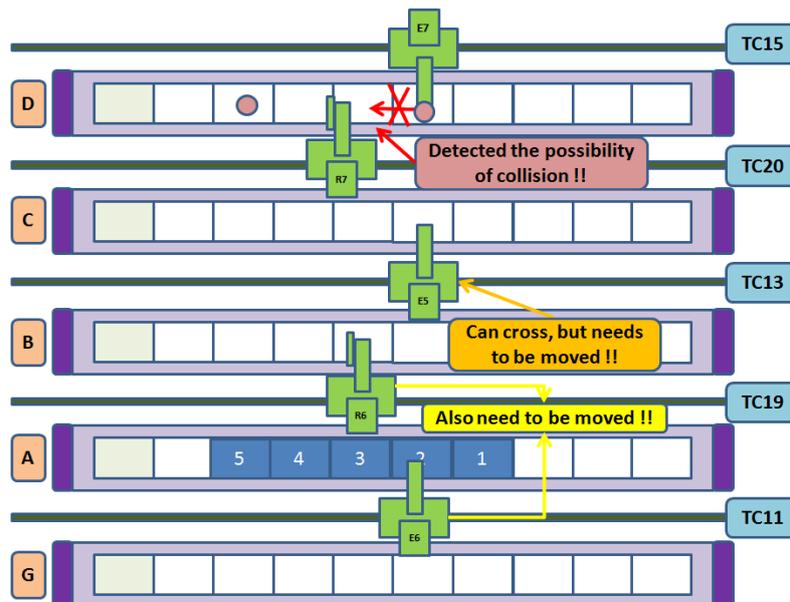


Figura 2: Elementos do problema de scheduling de guindastes em um pátio de carvão.

A proposta de resolução deste problema combina simulação, representação por regras e metaheurísticas (Azevedo et al., 2014). A representação por regras irá fornecer uma ordem para a movimentação dos guindastes ao longo do pátio. A simulação irá fornecer uma avaliação factível desta ordem em termos de tempo e/ou outras métricas consideradas relevantes. A metaheurística irá buscar a combinação de regras que fornece os melhores valores de desempenho em termos das métricas especificadas tais como tempo para recuperar uma carga, tempo de movimentação, utilização dos espaços dos pátios, dentre outras.

**Agradecimentos:** À FAPESP pelo apoio financeiro sob forma do processo de número 10/51274-5 e pela VALE por fornecer os dados e o apoio necessário que permitiram conhecer o problema do pátio de carvão.

## **Referências**

**Azevedo, A., Ribeiro, C., Sena, G., Chaves, A., Salles, L., Moretti, A.**, "Solving the 3D Container Ship Loading Planning Problem by Representation by Rules and Metaheuristics", *International Journal of Data Analysis Techniques and Strategies – Special issue on: 'Optimization and Simulation Real-life Scenarios*, Vol. 6, no. 3, pp. 228-260, 2014.

**Bierwirth, Christian, and Frank Meisel**, "A Survey of Berth Allocation and Quay Crane Scheduling Problems in Container Terminals." *European Journal of Operational Research* 202(3): 615–27. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.031>, 2010.

# OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE DISTRIBUIÇÃO DE PRODUTOS DE UMA EMPRESA EM ÁREAS URBANAS: DELINEAMENTO DO PROBLEMA

**José Ferreira de Souza Neto**

Universidade Federal de São Carlos – UFSCar  
Rodovia Washington Luís, km 235 – São Carlos – SP  
josefneto@yahoo.com.br

**Vitória Pureza**

Universidade Federal de São Carlos – UFSCar  
Rodovia Washington Luís, km 235 – São Carlos – SP  
vpureza@dep.ufscar.br

## RESUMO

Este trabalho traz o levantamento das operações logísticas de uma empresa de fabricação, comercialização e distribuição de bebidas que entrega grandes volumes de produtos, em particular, em áreas urbanas de alta densidade. As restrições presentes na operação estudada, o atendimento das preferências dos clientes e as atividades básicas do processo são descritos com um bom nível de detalhamento. A partir desse estudo, será proposto um modelo matemático que considere múltiplas viagens diárias, variação no número de entregadores em cada viagem e rota, janelas de atendimento em clientes, compatibilidade de veículos com clientes, limitações de horários de circulação de tipos de veículos, frota heterogênea própria e frota *spot*, dentre outras restrições.

**PALAVRAS CHAVE.** Problema de roteamento de veículos, Otimização combinatória, Logística urbana.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.7 Problemas de programação e roteirização de veículos.

## 1. Introdução

O objeto de estudo deste trabalho consiste nas operações de entrega dos produtos em áreas urbanas de uma empresa produtora e distribuidora de bebidas do interior de São Paulo. A operação logística considera características particulares da aplicação, tais como frota heterogênea, o uso de múltiplos entregadores em cada veículo (caminhão), a possibilidade de contratação de caminhões *spot*, a possibilidade de múltiplas viagens diárias (*multi-trip*) para um mesmo caminhão, a existência de rotas perigosas, limitações de janelas de atendimentos para certos clientes, limitações de horários de circulação de tipos de caminhões em áreas específicas da cidade, e limitações de tipos de caminhões que podem atender cada cliente. O problema pode ser, portanto, caracterizado como um Problema de roteamento de veículos multi-viagem com janelas de tempo e múltiplos entregadores (*Multi-trip Vehicle Routing Problem with time windows multiple deliverymen* - MTVRPTWMD). Assim como a maioria dos problemas de roteamento de interesse, o MTVRPTWMD pertence à classe NP-hard (Garey e Johnson, 1979), sendo, portanto, considerado de difícil resolução.

## 2. Alguns trabalhos correlatos

A consideração de múltiplos entregadores em rotas para redução de tempos de serviço é tratada em Ferreira e Pureza (2012) com a variante denominada Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Entregadores (*Vehicle Routing Problem with multiple deliverymen - VRPMD*), e em Pureza *et al.* (2012) e Grancy e Reimann (2014a) com o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Múltiplos Entregadores (*Vehicle Routing Problem with time windows and multiple deliverymen - VRPTWMD*). Esses autores propõem formulações matemáticas, heurísticas e meta-heurísticas para sua resolução. Em Grancy e Reimann (2014b), duas heurísticas de construção de *clusters* de clientes são avaliadas. Assim como no corrente trabalho, esses artigos endereçam a situação de entrega de grandes volumes de produtos em regiões de alta congestão.

O Problema de Roteamento e Programação de Veículos Multi-Viagem (*Multi-Trip Vehicle Routing and Scheduling Problem - MTVRSP*) é uma variante que assim como no problema da empresa estudada, permite-se que cada veículo realize mais de uma rota durante o período de planejamento e um único depósito é usado para recarregar os veículos antes dos mesmos realizarem viagens subsequentes. O problema é endereçado em Taillard *et al.* (1996), Brandão e Mercer (1997, 1998), Petch e Salhi (2003), Salhi e Petch (2007), Olivera e Viera (2007) e Seixas e Mendes (2013). Azi *et al.* (2007) propõe um algoritmo exato para a situação com um único veículo e a presença de janelas de tempo, enquanto Azi *et al.* (2010) abordam o caso com múltiplos veículos.

## 3. Descrição do problema

O problema está em definir rotas diárias para uma frota de caminhões heterogênea que parte e retorna ao depósito central de uma empresa de bebidas, com vistas à entrega de produtos a clientes localizados em centros urbanos. A frota consiste de caminhões próprios e *spot* (caminhões de terceiros), e para cada uma dessas categorias, incorrem-se custos específicos. No caso da frota própria os veículos possuem capacidades de armazenamento que variam entre 150 e 1.360 cubos e tem-se apenas custos variáveis de deslocamento (combustível e manutenção), enquanto apenas custos de contratação (fixos) incidem em caminhões *spot*. A empresa tem à disposição cinco caminhões *spot* de grande capacidade, os quais são contratados em períodos em que a demanda dos clientes excede a capacidade de transporte da frota própria. A disponibilidade dos *spots* é considerada suficiente para os períodos sazonais, ainda que não evite que algumas demandas não sejam atendidas. Além desses custos, a elaboração das rotas deve minimizar o número de entregadores, e maximizar o número de clientes servidos da carteira em questão, dado que não há garantia de atendimento de todos os clientes da carteira do dia em questão.

Cada ponto visitado em uma dada rota (nó) representa o depósito ou uma parada do caminhão, seja para atender um único cliente ou um *cluster* de clientes geograficamente próximos entre si. O delineamento de pontos de parada para atendimento de múltiplos clientes se deve às dificuldades de estacionamento, comuns em regiões urbanas de alta densidade. Janelas de tempo podem incorrer em alguns *clusters*, e correspondem a um período previamente acordado pela empresa e os clientes do *cluster* em questão. Atualmente, apenas os clientes do segmento “restaurantes” impõem janelas de tempo, requerendo que o início do serviço ocorra até às 09:00 hs. Esse limite superior leva em conta o tempo requerido de resfriamento de alguns produtos antes do horário de abertura desses estabelecimentos ao público. O limitante inferior dessa janela de tempo, comum a todos restaurantes, corresponde, por sua vez, ao início da jornada de trabalho dos entregadores.

A rota de cada caminhão, aqui definida como o trajeto que realiza entre sua partida do depósito no início da jornada de trabalho e seu retorno ao depósito quando suas atividades foram completadas, pode contemplar até duas viagens, desde que o tempo total de rota não viole a duração da jornada de trabalho decrementada da duração estimada das atividades administrativas e da duração do intervalo de almoço. A segunda viagem ocorre quando não é possível atender a demanda dos clientes na primeira viagem, seja devido a restrições de circulação de tipos de

caminhões em certos períodos do dia, ou devido à demanda exceder a capacidade da frota. Nesses casos, o caminhão, após finalizar as entregas da primeira viagem, retorna ao depósito para um novo carregamento de produtos, partindo então para entregá-los. Entretanto, a segunda viagem só ocorre caso a utilização da capacidade do veículo seja no mínimo 83%.

Em cada viagem, a carga total transportada não deve exceder a capacidade do caminhão, e o tamanho da tripulação (motorista, entregadores e segurança) está limitada à capacidade da cabine do veículo. O número de entregadores pode variar da primeira para a segunda viagem de um caminhão, uma vez que mudanças na carga de trabalho podem requerer um número maior ou menor de entregadores. Em caso de rotas onde seus clientes estão localizados em bairros ou regiões controladas pelo comando do tráfego de drogas, essas exigem a presença de um segurança na cabine do veículo, nesses casos o número máximo de entregadores se reduz em uma unidade, uma vez que o segurança não participa do processo de entrega.

Clientes servidos em uma dada rota devem ser compatíveis com o tipo de caminhão, uma vez que há clientes que possuem uma área de descarga de produtos que exige que os veículos tenham uma plataforma de elevação. Além disso, caminhões de grande porte estão limitados a trafegar em alguns bairros, em especial regiões centrais, em determinados períodos do dia. Essa restrição é imposta ora pelas leis municipais que restringem os horários de circulação nessas áreas em função do porte do veículo, ora pela própria empresa, que proíbe o tráfego de seus caminhões a partir de 1.160 cubos em áreas centrais, em qualquer horário por conta da grande dificuldade de circulação desses longos veículos em ruas estreitas ou com grande volume de tráfego, comuns nos centros das cidades.

Os roteirizadores da empresa devem respeitar o tempo máximo de 3 horas para finalizarem a geração de todas as rotas diárias, a fim de que a próxima etapa no processo logístico, o carregamento, seja iniciada sem atrasos.

#### 4. Próximos passos da pesquisa

Com vistas ao tratamento do problema, pretende-se propor um modelo de programação inteira mista que descreva o mais precisamente possível as características consideradas relevantes da operação real de entrega de produtos da empresa. O modelo poderá ser, portanto, utilizado para definir decisões de roteamento e programação dos caminhões da frota, assim como o número de entregadores em cada viagem de cada rota. Experimentos computacionais com instâncias fictícias de tamanho reduzido serão criados para validação do modelo, assim como instâncias reais da empresa serão consideradas, na expectativa de que a resolução exata do modelo com um *software* comercial de otimização produza soluções melhores às da empresa. Métodos heurísticos serão propostos para a resolução das instâncias reais, em particular, meta-heurísticas. Nesse sentido, estão sendo considerados algoritmos de colônia de formigas e algoritmos genéticos com chaves aleatórias tendenciosas. Pretende-se também utilizar as melhores soluções das heurísticas como soluções iniciais do modelo matemático, como uma tentativa de agilizar a convergência do método exato. Finalmente, a validação de soluções obtidas com instâncias reais junto aos operadores logísticos da empresa também faz parte de nossa agenda de pesquisa.

#### Referências

- Azi, N.; Gendreau, M.; Potvin, J.-Y.** (2007), An exact algorithm for a single vehicle routing problem with time windows and multiple routes. *European Journal of Operational Research*, 178, 755-766.
- Azi, N.; Gendreau, M.; Potvin, J.-Y.** (2010), An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles. *European Journal of Operational Research*, 202, 756-763.
- Brandão, J.; Mercer, A.** (1997), A tabu search algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 100, 180-191.
- Brandão, J.; Mercer, A.** (1998), The multi-trip vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 49, 799-805.

**Grancy, G. S.; Reimann, M.** (2014a), Vehicle routing problems with time windows and multiple service workers: a systematic comparison between ACO and GRASP. *Central European Journal of Operations Research*.

**Grancy, G. S.; Reimann, M.** (2014b), Evaluating two new heuristics for constructing customer clusters in a WRPTW with multiple service workers. *Central European Journal of Operations Research*.

**Olivera, A., O. Viera.** (2007), Adaptive memory programming for the vehicle routing problem with multiple trips. *Computers and Operations Research*, 34, 28-47.

**Petch, R. J.; Salhi, S.** (2003), A multi-phase constructive heuristic for the vehicle routing problem with multiple trips. *Discrete Applied Mathematics*, 133, 69-92.

**Pureza, V.; Morabito, R.; Reimann, M.** (2012), Vehicle routing with multiple deliverymen: Modeling and heuristic approaches for the VRPTW. *European Journal of Operational Research*, 218, 636-647.

**Salhi, S.; Petch, R. J.** (2007), A GA based heuristic for the vehicle routing problem with multiple trips. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 6, 591-613.

**Seixas, M. P.; Mendes, A. B.** (2013), Column generation for a multitrip vehicle routing problem with time windows, driver work hours, and heterogeneous fleet. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2013, 1-13.

**Taillard, E. D.; Laporte, G.; Gendreau, M.** (1996), Vehicle routing with multiple use of vehicles. *Journal of the Operational Research Society*, 47, 1065-1070.

# UMA INTRODUÇÃO AO PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE COM DATA DE ENTREGA

**Elisama de Araújo Silva Oliveira**

IMECC - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas

Rua Sérgio Buarque de Holanda, 651 - Cidade Universitária, Campinas - SP, 13083-859

ra160905@ime.unicamp.br

**Kelly Cristina Poldi**

IMECC - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas

Rua Sérgio Buarque de Holanda, 651 - Cidade Universitária, Campinas - SP, 13083-859

kellypoldi@ime.unicamp.br

## RESUMO

O problema de corte de estoque tem grande importância para indústrias que lidam com a transformação de materiais (objetos) em outros de tamanho menor (itens) através de processos de corte. Um dos grandes interesses dessas indústrias é a minimização das perdas obtidas durante o corte. Porém, no contexto industrial, ao planejar a programação da produção, a data de entrega associada a cada item demandado deve ser considerada, de forma a otimizar o uso do material e evitar atrasos na entrega do produto (item) ao cliente. Assim, o objetivo deste trabalho é estudar o problema de corte estoque com data de entrega. O projeto está em fase inicial, na qual estamos reunindo os trabalhos da literatura, que são poucos, que abordam esse tema. No decorrer do projeto, pretendemos propor/adaptar um modelo matemático para esse problema e, ao final, realizar testes computacionais para validação do modelo. **PALAVRAS CHAVE: problema de corte de estoque, data de entrega, modelagem matemática.**

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** A.4 Problemas de corte com múltiplos objetivos e vários objetos em estoque.

## 1. Introdução

O Problema de Corte de Estoque (PCE) consiste em atender uma determinada demanda de itens através do processo de corte de objetos de certo tamanho em itens de tamanhos menores que as do objeto, visando atingir um objetivo como, por exemplo, minimizar a perda de material resultante do processo de corte.

Os modelos matemáticos para o PCE podem ter objetivos variados como a minimização de perdas de material, a maximização do lucro obtido com a venda dos itens etc. O problema pode incorporar também custos de preparação de máquina, conhecido como custo de *setup* ou limitação no número de facas durante o processo de corte. Trataremos, neste trabalho, problemas de corte de estoque unidimensional, ou seja, onde apenas uma dimensão

do objeto é considerada no processo de corte. Neste trabalho, estudaremos modelos de otimização para resolver o problema de corte de estoque quando os pedidos devem ser concluídos antes de uma data de vencimento. O(s) modelo(s) serão implementados e testes computacionais serão realizados para a validação do modelo.

## 2. Caracterização do problema

Para a resolução de um Problema de Corte de Estoque (PCE), Kantorovich (1960) propôs uma formulação para o PCE com o objetivo de minimizar perdas. Posteriormente, Gilmore e Gomory (1961, 1963) propuseram uma aproximação por um modelo de otimização linear através de um método de geração de colunas, onde não é necessário que enumeremos todas as soluções possíveis do problema conforme o modelo de Kantorovich (1960).

Na modelagem proposta por Gilmore e Gomory (1961, 1963), a condição de integralidade sobre as variáveis do problema, que representam a frequência em que um padrão é executado, são relaxadas, tornando o problema, um problema de programação linear. Cada coluna desse problema corresponde a um padrão de corte (isto é, o arranjo dos itens sobre o objeto) e, de forma a reduzir o espaço de busca, tais colunas são geradas a cada iteração método. Essa abordagem de solução tem tido muito sucesso, porém, ela exibe um plano de corte com soluções fracionárias para o problemas. Técnicas heurísticas para integralização da solução foram estudadas em Poldi e Arenales (2009). Outros autores propuseram soluções exatas para o problema de programação inteira (Vance *et al.* (1994), Valério de Carvalho (2002), Belov e Scheithauer (2006), entre outros.).

O PCE com data de entrega tem recebido pouca atenção na literatura, podemos citar os trabalhos de Arbib e Marinelli (2014), Reinertsen e Vossen (2010) e Johnson e Sadinlija (2004) para o caso unidimensional e os trabalhos de Li (1996) e Bennel *et al.* (2013) para o caso bidimensional.

Apresentamos a seguir uma modelagem matemática, baseada no trabalho de Vossen, para o PCE com data de entrega.

### 2.1. Modelagem matemática

Considere o problema de corte de estoque unidimensional, no qual os clientes encomendam itens, que chamaremos de  $i$ , de comprimento  $l_i$ , com demanda  $d_i$  e data de entrega  $t_i$ . O produtor deve cortar os objetos maiores disponíveis em estoque para atender à demanda dos clientes antes da data de entrega. Para considerarmos a data de entrega dos itens, consideramos o horizonte de planejamento dividido em um conjunto de períodos de planejamento distintos e, sem perda de generalidade, consideramos que as demandas estão em ordem crescente de data de entrega. Consideramos a demanda dos itens conhecida no momento do planejamento dos planos de corte para todos os períodos de tempo do horizonte de planejamento e a quantidade de objetos disponíveis para corte é suficientemente grande para produzir toda a demanda.

Assim, o objetivo do modelo é determinar um conjunto de padrões de corte e sua frequência correspondente para cada período, tal que cada demanda seja atendida antes de sua respectiva data de entrega, ou um custo de atraso seja minimizado. Para cada padrão de corte  $p$ , temos uma quantidade de itens  $i$  produzida, que é denotada por  $a_{ip}$ . A variável de decisão do modelo é  $x_{pk}$ , que consiste na quantidade de objetos a serem cortados segundo o padrão de corte  $p$  no período  $k$ .

Quando não é possível atender a todas as datas de entrega, o modelo fornece um plano de corte que minimiza o atraso. Para cada item demandado  $i$ , permitimos uma violação

de sua data de entrega de  $y_i$  objetos em estoque e penalizamos essa violação na função objetivo com uma constante  $M_i$  para cada pedido  $i$ . A data de entrega  $t_i$  é expressa em termos do número de objetos em estoque que devem ser cortados antes da data devida do pedido, e portanto, o atraso deve ser expresso em termos do número de objetos cortados.

A seguir, apresentamos o modelo matemático para p PCE com data de entrega, proposto em Reinertsen e Vossen (2010):

$$\text{minimizar } \sum_{k,p} x_{kp} + \sum_i M_i y_i \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_p \sum_{k=1}^i x_{kp} \leq t_i + y_i, \quad \forall i, \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^i \sum_p a_{ip} x_{pk} \geq d_i, \quad \forall i, \quad (3)$$

$$x_{pk} \geq 0 \text{ inteiro}, \quad \forall p, k, \quad (4)$$

$$y_i \geq 0 \text{ inteiro}, \quad \forall i. \quad (5)$$

O primeiro conjunto de restrições (2) garante que a soma dos objetos cortados de acordo com todos os padrões, em todos os períodos antes da data de entrega, é menor ou igual ao número permitido de objetos que podem ser processados antes da demanda ser cumprida. No caso em que todos os pedidos não conseguem ser atendidos dentro de sua data de entrega, procura-se uma solução que minimize o atraso, permitindo o atraso e penalizando na função objetivo (1) com custo  $M_i$ . O segundo conjunto de restrições (3) determina o número total de itens  $i$  produzidos antes da data de entrega.

O modelo matemático descrito anteriormente será implementado em um pacote de otimização (AMPL, GAMS ou OPL) e testes computacionais serão realizados.

**Agradecimentos:** À FAPESP, processos 2010/10133-0 e 2014/22570-6.

## Referências

- Arbib, C.; Marinelli, F.** (2014). *On cutting stock with due dates*. Omega, 46: 11-20.
- Belov, G.; Scheithauer, G.** (2006). *A branch-and-cut-and-price algorithm for onedimensional stock cutting and two-dimensional two-stage cutting*. European Journal of Operational Research, 171(1): 85-106.
- Bennell, J. A.; Lee, L. S.; Potts, C. N.** (2013). *A genetic algorithm for two-dimensional bin packing with due dates*. International Journal of Production Economics, 145: 547-560.
- Gilmore, P. C.; Gomory, R. E.** (1961). *A linear programming approach to the cutting-stock problem*. Operations Research, 9(6): 849-859.
- Gilmore, P. C.; Gomory, R. E.** (1963). *A linear programming approach to the cutting-stock problem - Part II*. Operations Research, 11(6): 863-888.
- Johnson, R.E.; Sadinlija, E.** (2004). *A new model for complete solutions to one dimensional cutting stock problems*. European Journal of Operational Research, 153(1): 176-183.
- Kantorovich, L.** (1960). *Mathematical methods of organising and planning production*. (traduzido a partir de um artigo russo, datado de 1939). Management Science, 6: 366-422.
- Li, S.** (1996). *Multi-job cutting stock problem with due dates and release dates*. The Journal of the Operational Research Society, 47(4): 490-540.

- Poldi, K. C.; Arenales, M. N.** (2009.) *Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths.* Computers and Operations Research, 36(6): 2074-2081.
- Reinertsen, H; Vossen, T. W. M.** (2010). *The one-dimensional cutting stock problem with due dates.* European Journal of Operation Research, 201:701-711.
- Valério de Carvalho, J. M.** (2002). *LP models for bin packing and cutting stock problems.* European Journal of Operational Research, 141(2): 253-273.
- Vance, P.; Barnhart, C.; Johnson, E.; Nemhauser, G.** (1994). *Solving binary cutting stock problems by column generation and branch-and-bound.* Computational Optimization and Applications, 3(2): 111-130.

## **O Problema de Alocação de Bobinas em Uma Indústria de Embalagens de Papelão**

**Marcelo Ferreira**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro  
Av. Dr. Randolpho Borges Júnior, 1400, Univerdecidade, Uberaba, MG  
marcelo.ferreira@matematica.uftm.edu.br

**Sílvia Alexandre de Araújo**

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"  
Rua Cristóvão Colombo, 2265, Jardim Nazareth, São José do Rio Preto, SP  
saraujo@ibilce.unesp.br

**Victor Claudio Bento de Camargo**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro  
Av. Dr. Randolpho Borges Júnior, 1400, Univerdecidade, Uberaba, Minas Gerais  
victorcbc@gmail.com

### **RESUMO**

As indústrias de papel e celulose ocupam lugar de destaque nas economias de todo o mundo. No Brasil, segundo dados da Associação Brasileira de Papel e Celulose (Bracelpa), são 220 empresas relacionadas ao setor de papel e celulose, com atividade em 540 municípios, distribuídos por 18 Estados. As exportações atingiram a marca de US\$ 6,7 bilhões em 2014, sendo que as exportações de celulose se destinam principalmente para Europa (40%) e China (31%) e as de papel, América Latina (56%) e Europa (15%). A quantidade de empregos gerados também foi significativa, sendo 128 mil diretos (indústria 79 mil, florestas 51 mil) e 640 mil indiretos.

Devido a sua grande importância econômica, muitos problemas associados aos processos produtivos das indústrias papeleiras e de embalagens de papelão são objetos de estudo na área de pesquisa operacional tais como: problemas de corte de estoque unidimensional, problemas de corte de estoque bidimensional, problemas de corte e empacotamento, problemas de corte de estoque acoplados à programação de produção, dimensionamento de lotes e corte de estoque, problemas de corte de estoque com sobras aproveitáveis dentre outros.

Este trabalho trata de um problema identificado no processo produtivo de uma indústria de embalagens de papelão.

No processo produtivo da fabricação das caixas de papelão, a matéria-prima são as chapas de papelão ondulado, que são produzidas por uma máquina chamada ondulateira ou corrugador. Sem perda de generalidade, consideramos como matéria-prima somente chapas de papelão simples, que são formadas por três elementos: a capa exterior, o miolo e a capa interior.

A ondulateira produz as chapas a partir do papel proveniente de bobinas, fixadas em estruturas denominadas porta-bobinas. Nestas estruturas, duas bobinas são fixadas mantendo

uma delas em modo de espera, para ser acionada quando a primeira for consumida. Geralmente, o par inicial de bobinas de cada porta-bobinas, não é suficiente para executar o boletim completo, o que obriga os operadores da ondulateira a fazerem reposições de outras bobinas que estão no estoque. Tais reposições são muito frequentes, uma vez que são emitidos vários boletins de produção por turno e boletins diferentes implicam em trocas de gramaturas das capas e/ou dos miolos. Quando a troca de gramatura é necessária, pode ocorrer a sobra de um toco. Esse toco pode ser aproveitável ou não. Caso seja aproveitável, o toco volta ao estoque e é utilizado em um novo boletim, de mesma gramatura, caso não seja aproveitável, o toco irá para a reciclagem.

Evidentemente, o processo de reciclagem destes tocos não aproveitáveis tem forte impacto financeiro para a empresa e consiste hoje em um dos principais focos de perdas da mesma.

Neste contexto do planejamento da produção a empresa deseja minimizar a quantidade de tocos não aproveitáveis que estão sendo produzidos. Para que esses tocos de comprimento indesejável não sejam produzidos, é necessária uma escolha acertada de quais bobinas devem ser utilizadas em cada porta-bobinas. Esta escolha é um problema combinatório complexo, devido ao elevado número de bobinas e tocos em estoque, que pode chegar a milhares.

Além da minimização dos tocos não aproveitáveis, surgem outros dois problemas decisórios: em qual ordem estas bobinas devem ser utilizadas nos porta bobinas de forma a não interromper o funcionamento da ondulateira e como atender ao boletim utilizando o menor número de reposições.

O objetivo deste projeto é estudar como estes três problemas afetam o processo decisório no planejamento da produção.

## **Embalagens de papelão, planejamento da produção, problemas de corte e empacotamento e otimização combinatória**

### **Tarefa do temático: A**

#### **Referências**

**Kellerer, H., Pferschy, U., Pisinger, D.** *Knapsack Problems*. Springer Verlag, 2004.

**Pisinger, D.** *Algorithms for Knapsack Problems*. Ph.D. Thesis, 1995.

**Martello, S. e Toth, P.** *Knapsack Problems - Algorithms and Computer Implementation*. John Wiley e Sons, 1990.

# OTIMIZAÇÃO DO NÍVEL DE SERVIÇO NUM PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES

## **Rodrigo Rabello Goletto**

Universidade Federal Fluminense  
Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense  
Av. dos Trabalhadores 420, 27255-125, Volta Redonda, RJ, Brasil  
rodrigo.golfeto@gmail.com

## **Lidia Angulo Meza**

Universidade Federal Fluminense  
Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense  
Av. dos Trabalhadores 420, 27255-125, Volta Redonda, RJ, Brasil  
lidia@metal.eeimvr.uff.br

## **Luiz Leduino de Salles Neto**

Universidade Federal de São Paulo  
Av. Cesare Mansueto Giulio Lattes, 1201, Eugênio de Mello, 12247014  
São José dos Campos, SP, Brasil  
luiz.leduino@unifesp.br

## RESUMO

Esse trabalho apresenta um modelo de Dimensionamento de Lotes Multiobjetivo para otimizar o nível de serviço e seu custo de produção e manutenção de inventário associado. Como os objetivos são conflitantes, espera-se ao final obter-se uma curva de soluções que componham a Fronteira de Pareto, a fim de auxiliar no processo decisório de qual nível de serviço a indústria deve operar. Em contraste os modelos da literatura apresentam formulações mono-objetivo considerando-se apenas a minimização dos custos dado um nível de serviço como restrição.

**PALAVRAS CHAVE.** Dimensionamento de Lotes, Multiobjetivo, Nível de Serviço.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.1 Problema de Dimensionamento de Lotes.

## 1. Introdução

O problema de dimensionamento de lotes foi introduzido na literatura por Wagner e Whitin (1958) com a apresentação do problema *Dynamic version of the economic lot size model*, que consistia num modelo de dimensionamento de lotes para um único item em múltiplos períodos. Ao longo dos anos esse problema tem recebido diversas abordagens incluindo características do problema real como, por exemplo, horizonte de planejamento variável, múltiplos itens, restrição da capacidade de produção, *setups*, níveis de serviço e etc. Os trabalhos de Robinson *et al* (2009), Ben-Daya *et al* (2008) e Karimi *et al* (2003) fazem uma revisão mais abrangente dos modelos de dimensionamento de lotes.

Birtran e Yanasse (1989) apresentam uma formulação para o problema de dimensionamento de lotes capacitado, onde busca-se minimizar o custo total de operação considerando-se múltiplos períodos e itens, os custos de *setup* e uma capacidade limitada

de produção.

O modelo matemático pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (s_{it} \delta(x_{it}) + h_{it} I_{it} + v_{it} x_{it}) \\
 &\text{sujeito a} && I_{i,t-1} + x_{it} - I_{it} = d_{it} \\
 &&& \sum_{i=1}^N (r_i \delta(x_{it}) + m_i x_{it}) \leq C_t \\
 &&& X_{it} - MY_{it} \leq 0 \\
 &&& Y = 0 \text{ ou } 1 \\
 &&& X_{it}, I_{it} \geq 0
 \end{aligned}$$

Onde,

- $v_{it}$ : Custo unitário de produção do item  $i$  no período  $t$ ;
- $s_{it}$ : Custo de preparação para a produção do item  $i$  no período  $t$ ;
- $h_{it}$ : Custo unitário de estocagem do item  $i$  no período  $t$ ;
- $m_i$ : Tempo necessário para produzir uma unidade do item  $i$ ;
- $r_i$ : Tempo necessário para realizar o *setup* do item  $i$ ;
- $s_i$ : Tempo de preparação para a produção do item  $i$ ;
- $C_t$ : Limite de capacidade (em unidades de tempo) no período  $t$ ;
- $d_{it}$ : Demanda do item  $i$  no período  $t$ ;
- $x_{it}$ : Unidades do item  $i$  produzidas no período  $t$ ;
- $\delta(x_{it})$ : É a função de *setup*, onde seu valor é 1 caso ocorra *setup* e 0 caso contrário;
- $N$ : é o número de itens;
- $T$ : é o número total de períodos.

Nesse modelo a demanda é considerada determinística, sendo especialmente interessante para casos em que a produção segue o padrão *make-to-order*. Entretanto, para indústrias que trabalham no modelo *make-to-stock* a demanda é uma previsão que possui incerteza.

Para lidar com a variação da demanda Tarim e Kingsman (2004) sugerem a inclusão de uma restrição de nível de serviço, que, dada uma distribuição de probabilidade aderente a flutuação de demanda do item, assegura com um nível de confiabilidade  $\alpha$  que a demanda será satisfeita pelo inventário no final do período. Todavia, esse modelo requer que o nível de confiabilidade seja pré-definido e na prática, durante o processo decisório, é pertinente conhecer a relação entre custo e nível de serviço.

Este trabalho objetiva apresentar um modelo multiobjetivo para o problema de dimensionamento de lotes com múltiplos itens e períodos, tendo como objetivo formar uma Curva de Pareto com dois objetivos conflitantes: Minimizar o Custo e Maximizar o Nível de Serviço.

## 2. O Problema De Dimensionamento de Lotes Multiobjetivo

Considere o seguinte Problema de Otimização Vetorial (POV) ou multi-objetivo:

$$POV \quad \begin{cases} X^* = x^* \in X \\ x^* = \text{eff}_x f(x) \\ \text{sujeito a } : x \in X \end{cases}$$

Onde:  $f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$  é a função vetorial de objetivos do problema;  $X \subset \mathfrak{R}^n$  a

região viável;  $X^* \subset X$  o conjunto de pontos eficientes ou ótimos, em algum sentido, da função vetorial  $f$ . Chama-se de  $X$  de espaço dos parâmetros e  $Y = \{f(x), x \in X\}$  de espaço de objetivos.

Antes de introduzirmos o conceito de eficiência ou otimalidade de um função vetorial que nós utilizamos, é necessário definirmos as relações de ordem entre dois vetores  $x$  e  $y \in \mathfrak{R}^n$ . Dizemos que  $x < y$  quando  $\{x_i < y_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ , de forma análoga defini-se a relação  $x > y$ . Teremos  $x = y$  se e somente se  $\{x_i = y_i, i = 1, 2, \dots, n\}$  e  $x \neq y$  quando  $\{x_i \neq y_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ .

Pode-se definir agora dois conceitos fundamentais em otimização multiobjetivo: dominância e solução Pareto-ótima.

**Definição (Dominância).** Diz-se que um ponto  $x_1 \in X$  domina o ponto  $x_2 \in X$  quando  $f(x_1) \leq f(x_2)$  e  $x_1 \neq x_2$ . Nestas mesmas condições diz-se que  $f(x_1)$  domina  $f(x_2)$ . Usaremos a notação  $w \succ z$  para designar que o vetor  $w$  domina o vetor  $z$ . Da mesma forma,  $z \prec w$  para expressar que o vetor  $z$  é dominado pelo vetor  $w$ .

**Definição (Solução Pareto-Ótima).** Diz-se que  $x^* \in X$  é uma solução Pareto-Ótima do POV se não existe qualquer outra solução  $x \in X$  tal que  $f(x) \leq f(x^*)$  e  $x \neq x^*$ , ou seja,  $x^*$  não é dominado por nenhum outro ponto viável.

Vale aqui citar que esta definição deriva de um princípio proposto pelo economista italiano Vilfredo Pareto no final do século XIX: “*uma sociedade se encontra em um estado ótimo se nenhuma pessoa desta sociedade pode melhorar sua situação sem que piore a situação de alguma outra pessoa da mesma sociedade*”, Romero (1993). Na literatura também é encontrada a denominação solução eficiente para designar uma solução Pareto-ótima.

Nosso objetivo consiste, desta forma, em encontrar o conjunto das soluções Pareto-ótimas, denominado de Conjunto de Pareto ou Fronteira de Pareto. Em particular, objetiva-se encontrar a Fronteira de Pareto do seguinte Problema de Dimensionamento de Lotes Multiobjetivo (PDLM):

$$PDLM \quad \begin{cases} X^* = x^* \in \mathfrak{R}^n \\ x^* = \arg \min_x f(x) = (f_1(x), -f_2(x)) \\ \text{sujeito a : } x \in X \end{cases}$$

Onde

- $f_1(x) = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N (s_{ti} \delta(x_{ti}) + h_{ti} I_{ti} + c_{ti} x_{ti})$  - custo de produção e manutenção.
- $f_2(x) = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \frac{P(I_{ti})}{TN}$  - média do nível de serviço.

$$\bullet \quad X = \left\{ x \in Z^n, x > 0, \text{ tal que } \begin{cases} z_{ti} = 0, \text{ sendo que } z_{ti} = I_{t-1,i} + X_{ti} - I_{ti} - d_{ti} \\ y_t \geq 0, \text{ sendo que } y_t = C_t - \sum_{i=1}^N b_i X_{ti} - \sum_{i=1}^N s_i \delta(X_{ti}) \\ i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T \end{cases} \right\}$$

- $P(I_{ti})$  - é a função de probabilidade da demanda  $d_{ti}$  ser menor ou igual ao inventário

$I_{ti}$ , como definido em Tarim e Kingsman (2004).

Este é um problema multi-objetivo discreto, visto as variáveis serem inteiras não negativas. Vale registrar que, ao contrário do caso multi-objetivo linear,  $\min \{c^1 x, c^2 x, \dots, c^q x\}: Ax = b, x \geq 0\}$ , onde as soluções Pareto-ótimas correspondem às soluções obtidas através da resolução dos Problemas de Programação Linear,  $\min \left\{ \sum_{j=1}^q \lambda_j c^j x : Ax = b, x \geq 0 \right\}$  - onde  $\sum_{j=1}^q \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0$  - em problemas multi-objetivos discretos, mesmo que lineares, este resultado não é válido, Ehrgott (2000). Mais especificamente, existem soluções Pareto-ótimas que não são ótimas para quaisquer somas ponderadas na função objetivo dos problemas de programação linear acima descritos.

### 3. SPEA2

O SPEA2 (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2*), proposto por Zitzler (2001), é uma técnica aplicada a algoritmos evolutivos para obter-se um conjunto de soluções próxima a fronteira de Pareto em problemas de otimização multi-objetivo. No início do algoritmo é gerado um conjunto  $Q$  de soluções aleatoriamente e um arquivo de tamanho fixo  $N$ , inicialmente vazio, onde serão guardadas as melhores soluções. A utilização do arquivo é uma forma de implementação de seleção elitista.

O *fitness* das soluções é calculado em três etapas e utiliza o conceito de dominância de soluções. Primeiro é calculado um valor de aptidão  $s_i$  conhecido como *strength fitness* que é a quantidade de soluções que dominam a solução  $i$ , que pode ser escrito da seguinte forma:

$$s_i = |j, j \in Q, \text{ tal que } i \prec j|$$

Depois é calculado o valor de  $r_i$  (*raw fitness*) utilizando-se a seguinte expressão:

$$r_i = \sum_{j \in Q, j \prec i} s_j$$

Calculamos ainda a densidade de soluções, que tem como objetivo impedir que ocorra aglomeração de pontos em apenas uma região do espaço, fazendo com que tenhamos soluções ao longo de toda fronteira de Pareto. Utilizamos a seguinte expressão para o cálculo da densidade:

$$d_i = \frac{1}{\sigma_i^k + 2}$$

onde  $\sigma$  é a distância de  $i$  até seu  $k$ -ésimo vizinho.

Tendo os parâmetros  $r_i$  e  $d_i$  calculados, formulamos o fitness  $F_i$  da solução como:

$$F_i = r_i + d_i$$

Concluído o cálculo do fitness inserimos as  $N$  melhores soluções no arquivo. Para as gerações seguintes os novos indivíduos são gerados a partir de operações de recombinação e mutação dos indivíduos da elite. O processo é repetido até que algum critério de parada seja satisfeito.

### Conclusões e Perspectivas Futuras

A maior contribuição desse trabalho está em apresentar um novo modelo para o Problema de Dimensionamento de Lotes Multiobjetivo, considerando-se a minimização dos

custos de produção e manutenção do inventário e a maximização do nível de serviço. Do ponto de vista prático o problema tem grande aplicabilidade na indústria e relevância teórica, visto que as funções objetivo são não-lineares, o que traz grande complexidade ao problema.

Pretende-se resolver o problema, inicialmente, utilizando-se a meta-heurística Algoritmos Genéticos em conjunto com o método SPEA2. Como tópicos de discussão para oficina sugere-se:

- Métodos para solução de problemas multiobjetivo não-lineares;
- Outras aplicações de nível de serviço na indústria.

## Referências

**Ben-Daya, M., Darwish, M., Ertogral, K.,** (2008), The joint economic lotsizing problem: review and extensions. *European Journal of Operational Research*, 185(2), 726–742.

**Bitran, G.R., Yanasse, H.H.,** (1982) Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, 28(10), 1174–1186.

**Ehrgott, M. and Gandibleux, X.,** (2000), A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization, *OR Spektrum*, 22, 425-460.

**Karimi, B., Fatemi Ghomi, S.M.T., Wilson, J.M.,** (2003), The capacitated lotsizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, 31(5), 365–378.

**Robinson, P., Narayanan, A., Sahin, F.,** (2009), Coordinated deterministic dynamic demand lot-sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, 37(1), 3–15.

**Romero, C.,** Teoría de la decisión multicriterio: Conceptos, técnicas y aplicaciones, Alianza Editorial, 1993.

**Tarim, S. A., Kingsman, B. G.,** (2004), The stochastic dynamic production/inventory lot-sizing problem with service-level constraints, *Int. J. Production Economics*, 88, 105–119.

**Wagner, H.M., Whitin, T.M.,** (1958), Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, 5, 89–96.

**Zitzler, E., Laumanns, M., and Thiele. M.,** (2001) SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, Technical Report 103, *Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK)*, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich.

**PRIORIZAÇÃO DE *INBOUND* EM CENTRO DE DISTRIBUIÇÃO: ESTUDO DE CASO  
EM UMA EMPRESA DE BENS DE CONSUMO NÃO-DURÁVEIS**

**Karine Fasolin Lopes**

Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de São Carlos -  
Campus Sorocaba

Rod. João Leme dos Santos, km 110 - Bairro Itinga - CEP 18052-780 - Sorocaba / SP

E-mail: kaka\_fasolin@yahoo.com.br

**Eli Angela Vitor Toso**

Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de São Carlos -  
Campus Sorocaba

Rod. João Leme dos Santos, km 110 - Bairro Itinga - CEP 18052-780 - Sorocaba / SP

E-mail: eli@ufscar.br

**RESUMO**

Neste trabalho é proposto um modelo de programação matemática para auxiliar na priorização de *inbound* em um centro de distribuição (CD) de uma empresa do setor de bens de consumo não-duráveis. Tal problema consiste em determinar quais carretas devem entrar nas docas para descarregar, considerando a necessidade de produto para a operação de expedição e visando contribuir na melhoria da tomada de decisão. O problema ocorre durante a concentração de vendas do final do mês, quando a operação do CD fica focada na expedição de produtos e não é possível que todos os veículos que estão aguardando para descarregar sejam recebidos. O problema é modelado por programação inteira mista e resolvido utilizando o pacote comercial GAMS/CPLEX. Dados reais são utilizados nos experimentos e um comparativo é traçado com os planos praticados pela empresa, mostrando que esta abordagem pode gerar resultados melhores do que os utilizados pela empresa.

**PALAVRAS CHAVE.** Programação de Recebimento, Centros de distribuição, Indústria de Bens de Consumo.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.7 Problemas de programação e roteirização de veículos.

## 1. Introdução

A indústria do setor de bens de consumo não duráveis vem crescendo mundialmente e no cenário nacional, em função do crescente e propício mercado consumidor. As empresas deste setor, especialmente no Brasil, enfrentam problemas na distribuição de produtos devido à concentração de vendas no final do período de comercialização, isto é, quando uma grande quantidade das entregas de um determinado período ocorre nos últimos dias ou semanas deste ciclo. Este fenômeno pode impactar diretamente nos custos da empresa, assim como no nível de serviço por falta de produtos disponíveis.

Situações bastante comuns que ocorrem em Centros de Distribuição (CD) neste período são carretas aguardando para descarregar e a falta de produtos para entrega de pedidos, sendo que pode acontecer de os produtos faltantes estarem na fila de espera, em carretas, aguardando para serem recebidas. Como as operações nos centros de distribuição neste período trabalham com a operação focada na expedição de produtos, apenas algumas carretas conseguem descarregar. Desta forma, a questão chave é determinar quais carretas devem entrar nas docas para descarregar e em qual período de tempo. Além disso, para dificultar ainda mais neste processo de escolha e priorização dos veículos, em cada veículo aguardando para ser recebido podem existir vários produtos, em diversas quantidades e podendo ser críticos para faturamento.

Considerando este cenário, objetivo deste trabalho é propor um modelo baseado em programação matemática para auxiliar na tomada de decisão acerca da priorização de *inbound* em um centro de distribuição, ou seja, determinar quais veículos devem entrar para descarregar no CD, em qual período de tempo e em qual doca, de forma a minimizar o nível de estoque negativo dos produtos (falta de estoques) e contribuir para melhorar o nível de serviço da empresa.

Para isso, tomou-se como ponto de partida a busca por referencial teórico e é neste sentido que este trabalho visa contribuir do ponto de vista acadêmico. Visto que, apesar do tema relacionado às operações em centros de distribuição receber considerável atenção da comunidade acadêmica, por exemplo, trabalhos fazem revisões sobre a sua função, alocação de carretas a docas, *cross docking*, entre outros; o tema concentração da demanda logística no final do período de comercialização ainda é pouco estudado no meio acadêmico (SANCHES, 2009). Da mesma forma, não existem estudos relacionando os dois temas (CD e pico de vendas) e existe uma lacuna ainda maior para resolução deste problema com enfoque na operação de recebimento.

Em relação ao modelo, os modelos encontrados na literatura que mais se assemelham com o problema em questão são os modelos de designação de portões em aeroportos e alocação de navios em portos. No entanto, apesar da similaridade de algumas premissas e considerações iniciais

para resolução do problema, esta aplicação apresenta particularidades bem distintas. Do ponto de vista prático, este trabalho apresenta um problema real, observado em um estudo de caso de uma empresa do setor de bens de consumo não duráveis que ainda não foi abordado na literatura e que a abordagem proposta pode ser estendida para outros contextos.

## 2. Modelagem do problema

O modelo formulado será descrito considerando os seguintes parâmetros e dados:

### Índices:

$i$  Produtos existentes:  $i= 1, 2, \dots, N$

$k$  Docas idênticas em paralelo:  $k=1, 2, \dots, K$

$j$  Carretas para serem recebidas  $j=1, 2, \dots, J$

$t$  Período de tempo:  $t=1, 2, \dots, T$

Onde  $N, K, J$  e  $T$  correspondem ao total de produtos, total de docas, total de carretas e horizonte de planejamento, respectivamente.

### Parâmetros:

$I_{i0}$  Estoque inicial do produto  $i$  no início do horizonte de planejamento

$D_{it}$  Demanda do produto  $i$  no período de tempo  $t$

$C_{kt}$  Capacidade máxima (em tempo) doca  $k$  no período  $t$

$A_{ij}$  Quantidade do produto  $i$  na carreta  $j$

$E_j$  Tempo para descarregamento da carreta  $j$

$Y_{jt}$  Parâmetro binário que indica se carreta  $j$  está disponível no tempo  $t$  ( $Y_{jt} = 1$ ) ou não ( $Y_{jt} = 0$ )

### Variáveis

$I_{it}$  Estoque do produto  $i$  no final do período  $t$

$F_{it}$  Falta do produto  $i$  no final do período  $t$

$$X_{jkt} = \begin{cases} 1, & \text{se carreta } j \text{ foi selecionada p/ descarregar na doca } k \text{ no período de tempo } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T F_{it} \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$I_{it} - F_{it} = I_{i,t-1} - F_{i,t-1} + \sum_{j=1}^J A_{ij} \sum_{k=1}^K X_{jkt} - D_{it} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.2)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T X_{jkt} \leq 1 \quad j = 1, \dots, J \quad (2.3)$$

$$\sum_{j=1}^J E_j X_{jkt} \leq C_{kt} \quad t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, K \quad (2.4)$$

$$X_{jkt} \leq Y_{jt} \quad j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T \quad (2.5)$$

$$I_{it}, F_{it} \geq 0; X_{jkt} \in \{1,0\} \quad i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T \quad (2.6)$$

A função objetivo (2.1) minimiza a falta de estoque de produtos em todos os períodos, o qual depende da designação de carretas nas docas, da demanda de cada produto e dos seus níveis de estoque. A equação (2.2) corresponde à restrição de balanceamento de estoques, que relacionam as unidades recebidas de cada produto da carreta, sua demanda e os níveis de estoque, que inclui a possibilidade de não atendimento da demanda através de estoques negativos ( $F_{it}$ ). A quantidade recebida de cada produto é obtida através de suas respectivas quantidades em cada carreta descarregada. A restrição (2.3) garante que cada carreta  $j$  é designada para uma e somente uma doca  $k$ , mas nem todas carretas precisam ser obrigatoriamente designadas a uma doca (apenas as que serão recebidas). A desigualdade (2.4) define que a soma dos tempos individuais de processamento de cada carreta (tempo de descarregamento) deve ser menor ou igual a capacidade total da doca, ou seja, não pode exceder a capacidade disponível em horas de cada doca. A restrição (2.5) relaciona a variável que determina se a carreta foi selecionada para descarregar ou não em determinado período com o parâmetro binário de disponibilidade da carreta para descarregar, de modo que garante que para uma carreta ser selecionada para descarregar em determinado período ( $X_{jkt} = 1$ ), a mesma deverá necessariamente estar disponível neste período ( $Y_{jt} = 1$ ). Finalmente, as equações (2.6) definem o domínio das variáveis do modelo.

### 3. Resultados dos experimentos computacionais

Todos os experimentos computacionais realizados utilizaram o pacote GAMS/CPLEX 12.2 e um computador pessoal de processador Intel®/Corel™, 1,8 GHz e 8GB de memória RAM. Todos os experimentos computacionais testados consistem em dados reais coletados na empresa.

No trabalho alguns cenários reais foram testados e todos apresentaram resultados ótimos e dentro do esperado para o modelo proposto. Desta forma, para este artigo apenas um cenário será apresentado em maiores detalhes. Este cenário apresenta apenas demanda para recebimento de carga paletizada no período de pico de vendas do mês, que consiste em dois dias críticos para o recebimento. Inicialmente, no primeiro dia são disponibilizadas duas docas, sendo uma com capacidade de dois turnos (16 horas) e a outra com capacidade de 8 horas (1 turno) e no dia seguinte nenhuma doca é disponibilizada. No entanto, em função da necessidade de recebimento o CD disponibiliza capacidade adicional para estes dias. Ficando da seguinte forma, no primeiro dia, duas docas com capacidade de dois turnos (16 horas cada) e no segundo dia uma doca com capacidade de dois turnos (16 horas) e a outra com capacidade de 8 horas (1 turno). Como no primeiro dia existem 13 carretas aguardando para descarregar e no segundo dia chegam mais 7 carretas também para serem descarregadas, fica um total de 20 carretas. Sendo que todas elas com tempo de descarregamento de 3 horas cada (carga paletizada).

Desta forma, o problema consiste em determinar quais das 20 carretas disponíveis para descarregar devem ser realmente recebidas, sabendo que a capacidades disponível das docas neste período de dois dias não é o suficiente para receber todas elas. Considerando para isso que os produtos em cada uma das carretas são conhecidos, assim como as suas respectivas quantidades, demandas para expedição em cada um dos períodos e as suas posições iniciais de estoque ou falta.

Como resultado do problema, o modelo encontra a solução ótima de 107835 caixas faltantes em menos de meio segundo, sendo que as carretas que não são recebidas são:  $j_1$ ,  $j_{12}$  e  $j_{13}$ . Com os resultados gerados pelo método proposto é feito um comparativo com a priorização adotada pela empresa e os resultados da comparação podem ser vistos na Tabela 1, a qual deixa claro que a falta de estoque no final dos períodos assim como em cada um dos períodos é menor utilizando o método proposto, ou seja, o método proposto apresentou um melhor resultado do que o adotado pela empresa.

Tabela 1: Comparativo da falta de estoque por período do método proposto vs o adotado pela empresa.

Falta de estoque (em caixas)	Período de tempo				Observação
	$t_0$	$t_1$	$t_2$	Total	
<b>Proposto</b>	0	47424	60511	107835	Melhora de 13,6% no resultado do método proposto em relação ao praticado pela empresa.
<b>Empresa</b>	0	51637	73188	124825	

#### 4. Conclusões e perspectivas para futuras pesquisas

O setor de bens de consumos, assim como o centro de distribuição e suas operações são temas muito estudados. No entanto, o pico de vendas no final do período de comercialização que é uma particularidade do setor, principalmente dos bens não-duráveis, ainda é pouco divulgado e estudado. Do mesmo modo as interferências que este fenômeno causa também são pouco difundidas, em especial na operação de *inbound*.

O presente estudo aborda o problema de priorização de *inbound* em centro de distribuição de uma empresa do setor de bens de consumo não-duráveis durante este período crítico. Um modelo matemático é proposto baseado em estruturas clássicas para designação, balanceamento de estoques, etc. Apesar da modelagem bastante simples, os testes computacionais mostram a eficiência do modelo para resolver o problema real.

Pesquisas futuras envolvem: (i) a inclusão do sequenciamento dos veículos em cada doca; (ii) estender o modelo para avaliar o impacto da utilização de horas extras; (iii) avaliação de novas premissas e considerações no problema para avaliações mais gerais; (iv) avaliação da aplicação em outros setores ou indústrias; (v) combinar a otimização com simulação, incorporando novas decisões e ampliando o escopo de decisão do problema proposto.

## **Referências**

**Sanches, L. M.** Análise do acúmulo da demanda logística no final do período de comercialização: um modelo de Dinâmicas de Sistema para o setor de bens de consumo brasileiro. 2009. 287f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

# **ALOCAÇÃO DE PONTOS DE COLETA SELETIVA COM AVALIAÇÃO DE DECISÕES LOGÍSTICAS**

**Lucas Daniel Del Rosso Calache**

lucascalache@gmail.com

**Victor C. B. Camargo**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM

Rua Dr. Randolpho Borges Jr. 1250 - CEP - 38064-200 Bairro Univerdecidade - Uberaba-MG

victor.camargo@producao.uftm.edu.br

## **RESUMO**

O presente trabalho aborda um estudo de implantação de uma estratégia de recolhimento de material reciclável com foco no problema de localização de contentores (PEVs - Ponto de Entrega Voluntária) para coleta seletiva, antecedendo o problema de roteamento e carregamento de veículos. A utilização dos PEVs proporciona facilidade da coleta, reduzindo custos desnecessários quando comparado a coleta porta a porta. Com base nos dados populacionais e geração de resíduos, podem-se definir os bairros mais propícios a receber centros de recolhimento de materiais recicláveis, servindo como base para a decisão de instalação para os depósitos e PEVs. Foram utilizados modelos matemáticos fundamentados nos problemas de localização de facilidades e gestão de serviços públicos; para auxiliar na decisão de alocação dos PEVs considerando as distâncias entre as interseções das ruas e buscando um atendimento satisfatório para que a população esteja disposta a aderir. Utilizou-se o solver AMPL/CPLEX para a obtenção dos resultados dos modelos e análise de cenários.

Algumas hipóteses sobre os dados do problema foram estudadas para poder escolher o melhor método de aplicação dos modelos. Duas hipóteses relacionam-se à localização dos pontos: T1 - somente as interseções das ruas são possíveis pontos de localização ou T2 - pontos de interseção entre as ruas e pontos intermediários entre as interseções são possíveis pontos para localizar os contentores. Três hipóteses referem-se à ordem do planejamento de localização: T3 - pode-se analisar a localização e alocação dos PEVs para cada bairro individualmente; T4 - deve-se realizar a localização e alocação dos PEVs com os bairros de forma conjunta ou T5 - pode-se realizar a localização e alocação dos PEVs de forma incremental de maneira que soluções anteriormente obtidas para bairros adjacentes possam influenciar no planejamento do bairro atual. Foi possível verificar que a ordem de localização incremental dos bairros influencia na solução de forma significativa. Embasado nos resultados dos testes e sabendo que alguns dados são aproximações do caso real, considerou-se aceitável utilizar somente os pontos das interseções entre as ruas como possíveis pontos para localizar os contentores.

O desenvolvimento deste estudo pode auxiliar a administração pública na tomada de decisão sobre a implantação da coleta seletiva de material reciclável, apresentando algumas análises de possíveis locais de implantação de PEVs. Através de métodos da gestão de serviços públicos e localização de facilidades, é possível fornecer três modelos matemáticos que visam minimizar o número de contentores utilizados ou oferecer da melhor forma possível um serviço para população. Juntamente com o estudo dos possíveis locais para implantação dos PEVs, percebe-se através da análise de viabilidade econômica, que a implantação da política de PEVs é viável e poderia ser altamente rentável caso haja uma participação efetiva da população. A cultura e os costumes são grandes barreiras devido à população não estar acostumada a realizar a separação do lixo e resistência em depositar o material em outro local que não seja em frente de casa.

**PALAVRAS CHAVE. Modelagem matemática, localização de facilidades, recicláveis.**

# **UMA FERRAMENTA DE APOIO À DECISÃO AO PROBLEMA DA MISTURA NA INDÚSTRIA TÊXTIL**

**Aline Takahashi Del Bianco**

line.takahashi@gmail.com

**Victor C. B. Camargo**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM

Rua Dr. Randolpho Borges Jr. 1250 - CEP - 38064-200 Bairro Univerdecidade – Uberaba-MG

victor.camargo@producao.uftm.edu.br

## **RESUMO**

O processo produtivo de uma indústria têxtil contempla desde a transformação do algodão em fio até o tecido acabado. Duas variáveis que afetam o desempenho das indústrias desse setor: qualidade do produto final e o custo. Elas são afetadas e influenciadas até mesmo por processos que antecedem o início da produção como, por exemplo, a seleção e mistura da matéria-prima.

Pela grande variabilidade nas características, o controle individual do algodão é impraticável pela empresa. Pois, por se tratar de uma fibra natural, é no estágio da plantação que suas características são formadas. Para garantir um melhor equilíbrio do processo, é necessário controlar as características do algodão que é aplicado sob a forma de uma mistura no sistema produtivo. Problemas de mistura consistem na combinação de materiais ou de outras possíveis combinações feitas anteriormente, para que novos materiais ou produtos sejam gerados com as características adequadas para compor uma determinada mistura. Numa indústria têxtil de fiação, os fardos de algodão (materiais) são selecionados dentro aqueles disponíveis em estoque para formar uma mistura que atenda as necessidades do processo produtivo.

O objetivo deste trabalho é estudar o problema da mistura em um ambiente real de uma fiação de algodão. Um modelo de programação matemática foi proposto para auxiliar no processo de tomada de decisão na formação das misturas (denominação dada à mistura de fardos de algodão). A função objetivo visa reproduzir as misturas anteriores com a mínima diferença em relação às características sujeita às clássicas restrições de atendimento de qualidade.

Testes computacionais foram realizados utilizando o ambiente amigável das planilhas eletrônicas com o resolver OpenSolver. Os resultados mostram que é possível obter soluções para o problema de maneira rápida e sistemática superando a dificuldade de realizar manualmente essa tarefa na prática.

**PALAVRAS CHAVE. Indústria têxtil, Algodão, Mistura.**

# **ESTUDO DE VIABILIDADE DA COLETA DE LIXO RECICLÁVEL POR MEIO DE PEV, EM UM BAIRRO DE UBERABA**

**Flávio Molina da Silva, Gabriela Ribeiro Bosquetti**

UFTM – Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Avenida Doutor Randolpho Borges Júnior, 1250 – Univerdecidade (Uberaba – MG)

[gabriela.ribeiro.bosquetti@gmail.com](mailto:gabriela.ribeiro.bosquetti@gmail.com)

## **RESUMO**

O trabalho tem como objetivo geral estudar problemas de roteamento e localização de facilidades (neste caso, Pontos de Entrega Voluntária – PEVs) para a coleta seletiva de material reciclável. Para tal, são aplicados modelos matemáticos existentes na literatura de Programação Linear e, juntamente com dados reais de uma Cooperativa que faz a coleta seletiva em Uberaba, é analisado a viabilidade deste tipo de coleta.

Com a finalidade de obter um melhor estudo sobre o problema em questão, serão considerados custos de implantação do PEV, e percursos de coleta realizados, dado que o custo total da operação está diretamente relacionado ao tamanho do percurso realizado para a coleta.

**PALAVRAS CHAVE. Roteamento, PEVs, Programação Linear.**

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** C.3 – Problemas de Roteamento e carregamento de veículos.

## **1. Introdução**

O poder público e a população vêm cada vez mais mostrando preocupação com os resíduos sólidos produzidos diariamente. Geralmente, serviços de coleta e transporte consomem entre 4% e 8% dos recursos municipais e um bom gerenciamento destes serviços leva a um bom uso dos recursos públicos, agradando população e governantes.

Segundo Pitchel (2005), pode-se fazer uma economia muito significativa com uma boa administração desta coleta. Para a coleta de lixo municipal, o principal meio utilizado são veículos que percorrem os pontos que serão coletados os lixos, assim melhorar rotas realizadas pelos veículos pode diminuir os custos sem perda da qualidade do serviço.

A aplicação da Pesquisa Operacional está cada vez maior devido à grande pressão por resultados cada vez mais satisfatórios e lucrativos. Segundo Arenales et al. (2007) a Pesquisa Operacional faz uso de modelos matemáticos que se apresentam em quatro etapas: modelagem, análise, inferência, julgamento, que procuram representar um problema real. A modelagem é feita com definição das variáveis de decisão e suas relações com o objetivo desejado, da melhor forma a representar a realidade. Na análise, aplicam-se técnicas matemáticas, geralmente através de softwares de otimização, programação de métodos exatos e/ou heurísticos. E na inferência são analisados os resultados e na etapa de julgamento realiza-se a interpretação de tais resultados, concluindo se são de fato coerentes com a realidade do problema.

Ao se estudar tal problema, colabora-se para uma maior reflexão e entendimento do mesmo por parte dos envolvidos. Como tal projeto estará acessível a toda a comunidade acadêmica, ele estará contribuindo para discussões e possíveis esclarecimentos sobre o estudo, além de contribuir indiretamente para reflexões sobre planejamento de outros processos semelhantes.

## 2. Modelo do Problema de Quantidade Localização dos PEVs

A localização dos contentores (PEVs – Pontos de Entrega Voluntária) para a coleta seletiva de materiais recicláveis tem uma considerável importância, por tais possuem alto valor de mercado, além de toda a população se preocupar constantemente com o destino destes resíduos gerados.

Pela Lei nº12.305 (2010), instituindo a Política Nacional de Resíduos Sólidos, a gestão de resíduos passa a ser obrigatório, e tem como possíveis instrumentos: logística reversa, criação de cooperativas, coleta seletiva.

Segundo Peixoto (2006), além de facilitar a coleta e reduzir custos, os PEVs também permitem a separação e descarte dos recicláveis por tipos e podem reduzir drasticamente o tempo total de uma rota quando comparado com a coleta porta-a-porta.

Deve-se decidir quantos PEVs devem ser instalados no local (Modelo 1) e em seguida analisado onde estarão localizados os PEVs (Modelo 2), assim como estudado por Calache (2014), e, posteriormente, encontrar a melhor rota dos caminhões para a coleta do lixo reciclável.

O Modelo 1, descrito a seguir, foi utilizado para determinar a quantidade de PEVs a serem instalados.

Função Objetivo	
(1) <i>minimizar</i> $\sum_i PEV_i$	
Restrições	
(2) $\forall i$	$\sum_j d_{ij} * PEV_j \geq 1;$

Tabela 1: Modelo 1 para encontrar o número ótimo de PEVs no local a ser analisado.

Sendo o parâmetro:

$d_{ij}$  : análise se a restrição de distância máxima entre pontos  $i$  e  $j$  é obedecida, sendo igual a 1 caso distância seja menor ou igual à distância máxima e 0, no caso contrário.

Lembrando que os índices  $i$  e  $j$  são os possíveis pontos a serem analisados.

E a variável:

$$PEV_i = \begin{cases} 1, & \text{se o PEV for instalado no ponto } i \\ 0, & \text{c.c} \end{cases}$$

Sua função objetivo (1) visa minimizar a quantidade a ser instalada de PEVs e sua restrição (2) é para que cada ponto seja atendido por, no mínimo, um PEV.

Feito isso, o Modelo 2 é utilizado para minimizar a distância percorrida pelas pessoas para deixar os resíduos sólidos recicláveis nos PEVs.

Função Objetivo	
(1) <i>minimizar</i> $\sum_i \sum_j Distancia_{ij} * Atendimento_{ij}$	
Restrições	
(2)	$\sum_i Resposta_i = PEV$
(3) $\forall i, j$	$Atendimento_{ij} \leq Resposta_i$
(4) $\forall j$	$\sum_i Atendimento_{ij} \geq 1$

Tabela 2: Modelo 2, que minimiza distância percorrida até os PEVs ao entregar os resíduos sólidos.

Neste modelo, os parâmetros se dão por:

$Distancia_{ij}$  : distância entre o ponto  $i$  e  $j$ ;  
 $PEV$ : número máximo de PEVs a serem instalados;

E as suas variáveis:

$Atendimento_{ij}$  : se o PEV localizado em  $i$  atende  $j$ ;

$Resposta_i \begin{cases} 1, se em i estiver localizado um PEV; \\ 0, caso contrario; \end{cases}$

$Atendimento_{ij}$  e  $Resposta_i \in \{0,1\}$

Sendo  $i, j$  os possíveis pontos a serem analisados.

Nesta modelagem matemática, a função objetivo busca minimizar a distância total a ser percorrida por cada CD.

A restrição (2) limita a quantidade de PEVs a serem instalados; a (3) limita o atendimento de cada ponto; e (4) restringe que cada ponto deve ser atendido por pelo menos 1 CD.

Neste modelo são necessários alguns parâmetros como a matriz de distâncias entre todos os pontos, quantidade máxima de PEVs. Depois de feito isso, tem-se a localização ótima de todos os PEVs.

### 3. Modelo do Problema de Roteamento para Coletas dos PEVs

Com uma necessidade crescente da preocupação com a coleta seletiva dos resíduos gerados, juntamente com a necessidade de uma otimização do uso dos recursos públicos, tornou-se vital um estudo de roteamento dos veículos que realizam tal coleta.

O estudo se torna ainda mais atraente, otimizando-se as rotas que os veículos devem percorrer, de maneira que a distância total percorrida seja mínima, além do número de pontos em que as rotas devem percorrer, sendo assim, a pesquisa sobre a localização das facilidades (PEVs) também é de grande valia. Segundo Peixoto (2006), além de facilitar a coleta e reduzir custos, os PEVs também permitem a separação e descarte dos recicláveis por tipos e podem reduzir drasticamente o tempo total de uma rota quando comparado com a coleta porta-a-porta.

Com os pontos encontrados com o Modelo 1, gera-se uma nova matriz de distâncias entre tais pontos e entre os mesmos pontos e a Cooperativa que realiza a coleta seletiva de lixo em Uberaba. Para encontrar a melhor rota a ser realizada pela Cooperativa, é utilizado a modelagem matemática elaborada neste projeto (Modelo 3) descrita a seguir:

Função Objetivo	
(1) minimizar $\sum_i \sum_j C_{ij} * X_{ijk} + \sum_k F_k * Y_k$	
Restrições	
(2) $\forall i$	$\sum_j \sum_k X_{ijk} \geq V_j$ ;
(3) $\forall j, k$	$\sum_i X_{ijk} \leq 1$ ;
(4) $\forall j, k$	$\sum_i X_{ijk} = \sum_i X_{jik}$ ;
(5) $\forall k$	$\sum_j \sum_i D_i * X_{ijk} \leq Cap_k$ ;
(6)	$\sum_j \sum_i t_{ij} * X_{ij} \leq T_{max}$
(7)	$\sum_j \sum_k X_{ijk} \leq M * Y_k$

Tabela 3: Modelo 3 de roteamento para coleta dos resíduos recicláveis nos PEVs.

Sendo os parâmetros:

- $C_{ij}$  : custo ao percorrer o caminho de i a j;
- $F_k$  : custo fixo de equipe para a coleta a ser realizada;
- $V_j$  : número de visitas a serem realizadas no ponto j durante a semana;
- $D_i$  : demanda de lixo do ponto i;
- $Cap_k$  : Capacidade do veículo k;
- $t_{ij}$  : tempo gasto para percorrer de i a j;
- $T_{max}$  : tempo máximo de rota;
- $M$  : número total de pontos a serem analisados;

E as variáveis:

$$X_{ijk} : \begin{cases} 1, & \text{se percorre o caminho de i a j com o veículo k} \\ 0, & \text{c. c} \end{cases}$$

$$Y_k : \begin{cases} 1, & \text{se o veículo k faz a rota} \\ 0, & \text{c. c} \end{cases}$$

$$Y_k \text{ e } X_{ijk} \in \{0, 1\}$$

Sendo i, j os possíveis pontos a serem analisados.

Segundo o Modelo 3, a função objetivo (1) minimiza os custos de equipe e de percorrer um ponto a outro para este problema de roteamento.

Já as restrições do modelo, acima descritas, referem-se a:

- (2): Cada ponto deve ser visitado por um número mínimo de vezes;
- (3): Cada veículo visita um ponto uma única vez;
- (4): Para manter o fluxo contínuo da rede;
- (5): A demanda de lixo do ponto i deve ser menor que a capacidade do veículo k a realizar a rota;
- (6): O tempo total da rota deve ser menor que o tempo máximo permitido;
- (7): A soma de todas as variáveis  $X_{ijk}$  deve ser igual ao número de pontos a serem analisados.

Para o estudo realizado, ainda falta a coleta dos dados reais da Cooperativa que

realiza a coleta seletiva no município de Uberaba (MG), aplicá-los no modelo criado para encontrar a rota ótima, aquela que minimize os custos totais – assumindo como apenas custos de percorrer o caminho e custo da equipe de trabalho. Posteriormente, será verificado a viabilidade do problema, ou seja, da implantação dos PEVs para a coleta seletiva de lixo em Uberaba.

### **Conclusões e/ou perspectivas futuras**

Tendo em vista que os recursos públicos utilizados para a coleta seletiva de lixo são significativos, torna-se necessário melhores estratégias para um consumo consciente de tais recursos. Sendo assim, se faz imprescindível uma boa estratégia de recolhimento de material reciclável – sendo os PEVs altamente recomendados para tal. Além disso, para reduzir ainda mais seus custos, é de extrema importância encontrar rotas que otimizem a distância total percorrida. Espera-se que o desenvolvimento desse estudo possa auxiliar na tomada de tais decisões pelos municípios.

Com a implementação dos PEVs, torna-se possível uma maior participação da população que se preocupa em reciclar seus resíduos gerados, mas que, por falta de estrutura viável ou outros possíveis meios, não sejam capazes de executar a reciclagem.

**Agradecimentos:** Ao Programa Institucional de Bolsa de Extensão Universitária (PIBEX) da UFTM.

### **Referências**

- Arenales, M.; Armentano, V.; Morabito, R.; Yanasse, H.** *Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.
- Bianchi-Aguiar, T., Carravilha, M. A. E Oliveira, J. F.** *Municipal waste collection in Ponte de Lima, Portugal – A vehicle routing application*. *Operational Research Insight*, Vol.25, 4, 185-198, 2012.
- Calache, L.D.D.R., Camargo, V.C. B., Molina, F., Alessio, O.** *Localização de contentores para coleta de materiais recicláveis na área urbana*. XVI ONPCE – Oficina Nacional de Problemas de Corte, Empacotamento, Dimensionamento de Lotes e Programação da Produção, 2014.
- Evans, J.R., Minieka, E.** *Optimization Algorithms for Networks and Graphs*, 2nd ed, Marcel Dekker, Inc. USA, 1992.
- Gaither, N.; Frazier, G.** *Administração da produção e operações*. 8 ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001.
- Lina H., Chenb, G., Leeb, P., & Linc C.** *An interactive optimization system for the location of supplementary recycling depots*. *Resources, Conservation and Recycling*, 54, 615-622.
- Lina, H., Chenb, G.** *Regional optimization model for locating supplemental recycling depts*. *Waste Management*, 29, 1473-1479.
- Peixoto, K., Campos, V. B. G., D’Agosto, M.A.** *Localização de equipamentos para coleta seletiva de lixo reciclável em área urbana*. 2006.
- Pichtel, J.** *Waste Management Practices: Municipal, Hazardous and Industrial*. Boca Raton, FL: Taylor & Francis, 2005.
- Williams, H.P.**, *Model Building in Mathematical Programming*, John Wiley & Sons, 359, 1993.

## **O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS E O CONSUMO DE COMBUSTÍVEL – ESTUDO DE CASO**

**Gregory Tonin Santos**

Universidade Estadual Paulista – UNESP, campus Sorocaba - SP  
Av. Três de Março, 511, Sorocaba – SP, 18087-180  
gregorytonin@hotmail.com

**Luiza Amalia Pinto Cantão**

Universidade Estadual Paulista – UNESP, campus Sorocaba - SP  
Av. Três de Março, 511, Sorocaba – SP, 18087-180  
luiza@sorocaba.unesp.br

### **RESUMO**

Em Problema de Roteamento de Veículos – PRV, o custo de viagem de um veículo ao longo de uma rota, depende de fatores diretos como distância, carga, velocidade, condições das rodovias, taxa de consumo de combustível (Fuel consumption rate – FCR), ou seja, consumo de combustível por unidade de distância, preço do combustível, influenciando o trajeto a ser percorrido e são considerados como variável custo ou custo de combustível. Reduzir este consumo de combustível, além do benefício óbvio econômico, traz também um ganho ambiental. Atualmente há uma preocupação e necessidade iminente de reduzir os gases de efeito estufa, em inglês Greenhouse gases – GHS. Entre os gases que compõe o GHS, estão aqueles emitidos por veículos que usam combustíveis fósseis, ou seja, combustíveis derivados do petróleo, como o gás carbônico – CO<sub>2</sub>, cujo lançamento excessivo no meio ambiente aumenta a capacidade da atmosfera em reter calor.

Para estudo do modelo apresentado foi utilizado um teste preliminar da região do Éden, bairro da cidade de Sorocaba, caracterizado por 20 nós, representando 24% da área total da coleta da cooperativa. O modelo foi resolvido através do software GAMS 24.3 e com o Solver Cplex, em um computador com processador i7, 2ª geração, 3.4 GHz e com 8 GB de memória RAM.

A soma do custo da rota desenvolvida foi de aproximadamente R\$ 59,33, enquanto o custo da rota da literatura foi de, aproximadamente, R\$ 59,72. Apresentando uma economia aproximada de R\$ 0,39. Essa economia de 39 centavos representa uma redução de, aproximadamente, 0.126 litros, lembrando que o preço considerado foi de R\$ 3,1 o litro. Sendo utilizado uma média de 5 km/L a diferença aproximada de quilômetros percorridos foi de 0.63 Km. Pode-se atribuir uma rota para cada dia, logo a economia de R\$ 0,39 seriam para três dias, e em um ano seria uma economia aproximada de R\$ 47,45. Sendo assim a emissão de poluentes sofre uma redução anual aproximada de 15912.78 gramas de CO<sub>2</sub>. Este valor representa considerável redução na emissão de gases poluentes, e uma economia financeira razoável.

**PALAVRAS CHAVE. Problema de Roteamento de Veículos, Consumo de Combustível.**

# GERAÇÃO DA GRADE HORÁRIA DO CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO DA UFTM ATRAVÉS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

**Mateus Maciel de Araújo Rollo**  
mateusrollo@gmail.com

**Victor Claudio Bento Camargo**  
victor.camargo@producao.uftm.edu.br

**Flávio Molina**  
flaviomolinabr@gmail.com  
Universidade Federal do Triângulo Mineiro – UFTM  
Departamento de Engenharia de Produção

## RESUMO

Este trabalho visa estudar o problema de programação de horários da grade curricular do curso de Engenharia de Produção da UFTM (*university timetabling*). No início de cada semestre, os coordenadores têm a tarefa de distribuição das disciplinas em dias e horários de aulas para cada turma no campus da universidade, além da alocação dos professores a cada disciplina. A dificuldade em realizar uma boa programação ocorre devido às diversas considerações, tais como, pré-requisitos de disciplinas, distribuição de disciplinas entre períodos do curso, preferência de horários entre os professores, dentre outros fatores. Na maioria das instituições, a solução desse problema é realizada manualmente, e como dito, é uma tarefa muito árdua, sendo, muitas vezes, um processo maçante de tentativas e erros, para o qual disponibiliza vários funcionários para executar tal função.

Para auxiliar os gestores no processo decisório de alocação de professores e horários às disciplinas, o problema foi modelado matematicamente utilizando programação linear. O modelo contém algumas restrições clássicas da literatura e as exigências pedagógicas e operacionais da instituição bem como as preferências de cada professor com relação aos dias e horários de aulas. A função objetivo visa a maximização das preferências dada pelos professores (horário e disciplinas que serão ministradas) e alunos (distribuição das disciplinas evitando conflito de horários em disciplinas que podem ser realizadas simultaneamente devido ao pré-requisito das disciplinas).

Testes computacionais foram realizados com o pacote de resolução IBM ILOG CPLEX Optimization Studio. Os dados foram colhidos junto à coordenação do curso de Engenharia de Produção e três cenários foram submetidos ao modelo. O primeiro pré-define a alocação de professores as disciplinas, restando apenas a definição dos horários. No segundo cenário, todos os professores têm preferências iguais por todas as disciplinas. No terceiro, as preferências foram definidas aleatoriamente.

Os resultados dos testes indicam que há balanceamento das disciplinas de preferência dos professores e há compactação dos horários, permitindo menos janelas de tempo vago aos discentes. Os resultados obtidos foram favoráveis à adoção desse método auxiliando à tomada de decisão, tendo como referência o curto período de geração e o baixo custo para a obtenção da informação. Além disso, as reclamações por choques de disciplinas e o transtorno da tarefa de criação da grade de horários manual poderá ser reduzido.

**PALAVRAS CHAVE:** Programação de horários da grade curricular, Distribuição das disciplinas, Função objetivo.

## **PROGRAMAÇÃO DE AERONAVES EM SITUAÇÕES DE DESASTRES NO BRASIL**

### **Matheus Calegari Burghi Pertile (IC)**

Departamento de Engenharia de Produção de Sorocaba  
Rodovia João Leme dos Santos km 110, s/n – Sorocaba – SP  
pertile.matheus@gmail.com

### **Gabriela Scaff Geraldles (IC)**

Departamento de Engenharia de Produção de Sorocaba  
Rodovia João Leme dos Santos km 110, s/n – Sorocaba – SP  
scaff.gabriela@gmail.com

### **Douglas José Alem Jr. (O)**

Departamento de Engenharia de Produção de Sorocaba  
Rodovia João Leme dos Santos km 110, s/n – Sorocaba – SP  
douglas@ufscar.br

O presente trabalho investiga um problema de programação de aeronaves em situações emergenciais típicas da Logística Humanitária. A principal motivação desse estudo é a constatação de que o número de desastres no Brasil tem aumentado ano após ano, deixando milhares de vítimas e prejuízos incalculáveis. Embora a literatura científica seja repleta de modelos matemáticos para as mais diferentes situações, não há estudos voltados especificamente para enchentes e deslizamentos de terra, que são comuns em diversas regiões do Brasil. Assim, a proposta desse projeto de iniciação científica é propor um modelo matemático para apoiar decisões de programação de aeronaves que devem realizar não somente o resgate das vítimas em locais de vulnerabilidade, como também ajudar na distribuição de produtos emergenciais de depósitos até centros de auxílio. A natureza do trabalho é aplicada com objetivos exploratórios e normativos através de uma abordagem quantitativa demandando a aplicação e análise matemática da situação descrita. O modelo inicial é uma extensão do modelo proposto por Angelis et al. (2007) para considerar também o resgate de vítimas e outras adaptações necessárias para representar os desastres nacionais. O modelo inteiro resultante será analisado a partir de instâncias reais de desastres recentes ocorridos no Rio de Janeiro, Espírito Santo e Acre.

**PALAVRAS CHAVE. Logística Humanitária, Roteamento de Aeronaves, Desastres Naturais.**

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho: C.3**

# UM ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS EXATOS E HEURÍSTICOS EM UM PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

**Giovanna Verrone, Deisemara Ferreira**

Universidade Federal de São Carlos - Campus Sorocaba  
Rodovia João Leme dos Santos, (SP-264), Km 110, s/n - Bairro Itinga, Sorocaba - SP,  
18052-780  
verronedc@gmail.com, deisemaraferreira@gmail.com

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho: B.6**

## RESUMO

O problema de programação da produção é um problema complexo devido a sua característica combinatória e número elevado de variáveis e restrições. É importante ressaltar que ele é um problema NP-hard, o que o torna ainda mais desafiador. No presente trabalho de iniciação científica um problema de dimensionamento e sequenciamento da produção da literatura foi estudado (Ferreira *et al.*, 2013). Foram explorados métodos de solução exatos e heurísticos baseados em alterações dos parâmetros do solver CPLEX 12.4 para resolvê-los. A ideia é avaliar a melhor configuração do solver na solução deste problema tendo em vista que estes pacotes comerciais possuem eficientes métodos de solução exatos, planos de corte, por exemplo, e heurísticos implementados. A implementação do modelo e os teste computacionais foram realizados utilizando a linguagem de modelagem AMPL com o solver CPLEX 12.4 (ILOG, 2014). Instâncias da literatura foram utilizadas para avaliar o desempenho dos métodos. (Cunha, 2014)

Notou-se nos testes computacionais que métodos exatos como planos de corte tem um efeito negativo na resolução do problema. Quando os planos de corte são desligados melhores soluções factíveis inteira mistas são encontradas no limite de tempo para instâncias médias. A utilização da heurística Feasibility Pump foi boa na solução de instâncias pequenas e grandes.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem aos subsídios concedidos pela FAPESP, CNPq processo 312569/2013-0.

**PALAVRAS CHAVE:** modelagem matemática, heurística, planejamento da produção.

## Referências

**Ferreira, D., Almada-Lobo, B., Morabito, R.**, Formulações monoestágio para o problema de programação da produção de bebidas dois estágios com sincronia, *Produção*, v. 23, n. 1, p. 107-119, jan./mar. 2013.

**ILOG**, ILOG AMPL CPLEX System Version 12.4, User's Guide, ILOG, 2014.

**Cunha, C. A. F.**, Soluções heurísticas como apoio à decisão na programação da produção de bebidas, *Trabalho de Conclusão de curso*, Engenharia de Produção, Universidade Federal do triângulo mineiro, jul. 2014.

# DISTRIBUIÇÃO-LOCALIZAÇÃO EM SITUAÇÕES DE DESASTRES COM MÚLTIPLOS OBJETIVOS

Velasco, Paula B.1(IC); Alem, Douglas1(O);  
paulavelasco8@gmail.com  
[douglas@ufscar.br](mailto:douglas@ufscar.br)

<sup>1</sup>*Departamento de Engenharia de Produção de Sorocaba;*

Este estudo objetiva propor uma extensão do trabalho de Arteaga et al. (2015) para considerar múltiplos objetivos em situações de desastres. Embora o trabalho de Arteaga et al. (2015) proponha um modelo de programação estocástica inteiro-misto para auxiliar nas decisões de localização e transporte em logística humanitária, os autores apresentam apenas uma função objetivo de minimização de custos, o que pode levar a decisões pouco práticas em ambientes de crises. Assim, deve-se incorporar ao modelo matemático outros objetivos, como os apresentados por Vitoriano et al. (2011), e.g., equidade, confiabilidade das rotas, segurança, dentre outros. Basicamente, a *equidade* assegura que a distribuição de produtos emergenciais seja “igual” para todas as áreas afetadas, a não ser que haja uma área mais vulnerável que necessite de itens prioritários, por exemplo. A *confiança* analisa se é possível utilizar uma rota pré-determinada, ou seja, se ela não foi prejudicada devido a um desastre. A *segurança* analisa a probabilidade de ocorrer um assalto naquele caminho utilizado. Geralmente, os modelos matemáticos de logística tradicional utilizam apenas um desses critérios, porém, para a logística humanitária, há a necessidade de considerar a análise de vários objetivos que concorrem na determinação da melhor decisão.

## Referência

- B. VITORIANO et al. A multi-criteria optimization model for humanitarian aid distribution. *Journal of Global Optimization*, vol. 51, p. 189-208, 2011.
- A.M. ARTEAGA, D. ALEM, D. FERREIRA. Facility routing models by MIP heuristics in emergency logistics. *Computers and Operations Research*, 2015 (em revisão).

# **O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO COM DEMANDA ESTOCÁSTICA PARA UMA INDÚSTRIA DE BEBIDAS**

**Marcelo Aparecido de Paula Rosa**

Departamento de Engenharia de Produção de Sorocaba, Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia João Leme dos Santos KM 110, Sorocaba 18052-780, Brasil  
marcelomapr@gmail.com

**Deisemara Ferreira**

Departamento de Física, Química e Matemática, Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia João Leme dos Santos KM 110, Sorocaba 18052-780, Brasil  
deise@ufscar.br

**Douglas José Alem Júnior**

Departamento de Engenharia de Produção de Sorocaba, Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia João Leme dos Santos KM 110, Sorocaba 18052-780, Brasil  
dougpai@yahoo.com.br

**Reinaldo Morabito Neto**

Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia Washington Luiz KM 235, São Carlos 13565-905, Brasil  
morabito@ufscar.br

## **RESUMO**

Este trabalho tem como objetivo estudar os conceitos fundamentais de programação estocástica e propor uma formulação para o problema de programação inteira-mista do planejamento e sequenciamento da produção de uma indústria de bebidas apresentado na literatura, incorporando as incertezas inerentes ao processo de previsão da demanda. Assim, um modelo de programação estocástica de dois estágios com recurso será desenvolvido e analisado por meio da comparação com seu equivalente determinístico disponível na literatura e também por meio do cálculo de parâmetros de desempenho tradicionalmente utilizados na área da programação estocástica (Valor da Solução Estocástica e Valor Esperado da Informação Perfeita).

**PALAVRAS CHAVE.** Planejamento da Produção, Programação Estocástica, Modelos de dimensionamento e sequenciamento de lotes.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** B.3 Problemas de dimensionamento de lotes e programação da produção em indústrias de bebidas e nutrição animal.

## **1. Introdução**

Em um cenário de grande competitividade, o planejamento da produção figura como função essencial para redução de desperdícios e alcance do nível de serviço desejado. Para apoiar o processo decisório associado ao planejamento da produção, diversos autores propõem modelos de programação matemática que envolvem decisões de dimensionamento, sequenciamento e programação de lotes. A programação inteira-mista (MIP) destaca-se como uma

das abordagens adequadas para o desenvolvimento de ferramentas que apoiem esta tomada de decisões.

No entanto, em algumas situações modelos determinísticos de dimensionamento e sequenciamento de lotes não conseguem retratar variações existentes entre a demanda prevista e a demanda real. Neste caso outras teorias são mais adequadas. Sel e Bilgen (2014) utilizam técnicas de simulação de sistemas para incorporar ao modelo matemático noções de variabilidade da demanda. Dantzig (1955) apresenta uma alternativa aos métodos de programação linear, denominada Programação Estocástica que permite incorporar a variabilidade de um ou mais parâmetros ao modelo matemático de apoio à decisão. Em ambos os casos, deseja-se ajustar a decisão ao comportamento aleatório da demanda.

Para avaliar a relevância e efetividade da abordagem estocástica, duas medidas são amplamente utilizadas: Valor Esperado da Informação Perfeita (EVPI) e Valor da Solução Estocástica (VSS). A primeira refere-se ao valor que o tomador de decisões está disposto a pagar pelo completo conhecimento do comportamento da variável aleatória e a segunda refere-se ao custo associado a ignorar a incerteza do parâmetro (Birge e Louveaux, 1997 e Escudero et al., 2007).

Motivado pela diversidade e sucesso de aplicações práticas já exploradas para este tipo de problema, este trabalho tem por objetivo apresentar o problema estocástico equivalente ao problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes apresentado por Ferreira et al. (2012) para uma planta de envase de bebidas.

## **2. Descrição do Problema**

A situação produtiva em questão consiste em uma planta de envase de bebidas e pode ser modelada como um problema multiestagiado, tal como proposto por Ferreira et al. (2009). O problema foi reformulado por Ferreira et al. (2012) como um problema monoestágio baseado no problema clássico do caixeiro viajante assimétrico, reduzindo a complexidade do problema pela eliminação da formulação com subperíodos, sem deixar de considerar a sincronização entre os dois estágios produtivos, apresentando melhorias significativas para a resolução do problema para a indústria de bebidas em comparação à formulação inicialmente proposta.

Um estudo do comportamento estatístico da demanda permite modelar a variabilidade e propor cenários representativos.

A formulação estocástica é então proposta, definindo as decisões de produção e sequenciamento como variáveis de primeiro estágio e as decisões contingenciais de estoque e atraso compoendo as variáveis de segundo estágio.

Os primeiros testes, de caráter ilustrativo, foram então realizados para o conjunto de instâncias de pequeno porte (E1-E28) descrito em Ferreira et al. (2012).

## **3. Resultados Computacionais Preliminares**

As instâncias ilustrativas E1-E28 são apresentadas por Ferreira et al. (2012) e são consideradas pequenas em comparação às situações reais observadas neste tipo de indústria. Para modelar a variabilidade da demanda foram propostos cinco cenários, sendo que cada cenário reflete uma possível realização para a variável aleatória quantidade demandada. O cenário de pior caso apresenta uma demanda 50% inferior à prevista e o cenário de melhor caso apresenta uma demanda 50% superior à quantidade demandada.

O modelo estocástico apresentou 296 variáveis e 276 restrições o que corresponde a 96 variáveis e 60 restrições a mais do que as observadas no modelo determinístico equivalente

e conforme a geração de cenários se tornar mais representativa do problema, ou seja, inclua um número maior de cenários, espera-se um aumento significativo das dimensões do problema.

Para as pequenas instâncias aqui estudadas, apesar de apresentar grande dispersão, observa-se valores EVPI relativamente altos em comparação à solução estocástica obtida, sendo que ao considerarmos as médias das soluções entre as instâncias, o valor EVPI supera a solução estocástica (RP), o que indica que a incerteza exerce um impacto significativo no problema (Alem et al., 2008).

Em relação à medida VSS, ao considerarmos as médias das soluções para os problemas RP e EEV, determina-se um VSS de 115,45, o que corresponde a 43,52% da solução estocástica média obtida. Isso indica que ignorar a incerteza sobre a demanda na solução do problema não é aconselhável, ou seja, a solução para o problema EV não fornece informações seguras para subsidiar a tomada de decisões e portanto não é uma boa alternativa (Alem et al., 2008).

### **Considerações Finais e Perspectivas Futuras**

A resolução do modelo estocástico proposto para instâncias pequenas indica a relevância da abordagem da programação estocástica de dois estágios com recurso para o problema em questão, evidenciada pelas medidas EVPI e VSS.

Os próximos passos incluem a solução do problema para novos conjuntos de instâncias, mais similares às situações reais observadas, a proposição de um conjunto de cenários mais representativo, com um número maior de cenários e maior fundamentação estatística e a implementação de heurísticas de programação matemática para melhorar a tratabilidade do problema, tais como heurísticas do tipo Relax-and-fix e Fix-and-Optimize.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem aos subsídios concedidos pela FAPESP referentes ao processo 2015/01212-7 e pelo CNPq referentes ao processo 312569/2013-0.

### **Referências**

- Alem, D. J.; Munari, P. A.; Arenales, M. N.; Ferreira, P. A. V.** On the cutting stock problem under stochastic demand. *Annals of Operations Research*, v. 179, n.1, p. 169-186, 2008.
- Birge, J. R.; Louveaux, F.** Introduction to stochastic programming. Springer, 1997.
- Dantzig, G. B.** Linear programming under uncertainty. *Management Science*, v. 1, n. 3 e 4, 1955.
- Escudero, L. F.; Garín, A.; Merino, M.; Pérez, G.** The value of the stochastic solution in multistage problems. *TOP*, v. 15, n.1, p. 48-64, 2007.
- Ferreira, D.; Morabito, R.; Rangel, S.** Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, v. 196, n.2, p. 697-706, 2009.
- Ferreira, D. et al.** Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, v. 136, n.2, p. 255-265, 2012.
- Hillier, F. S.; Lieberman, G. J.** Introdução à pesquisa operacional. 9. ed., Porto Alegre: AMGH, 2013.
- Sel, Ç.; Bilgen, B.** Hybrid simulation and MIP based heuristic algorithm for the production and distribution planning in the soft drink industry. *Journal of Manufacturing Systems*, 2014b., <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmsy.2014.01.002> [in press].